جمهورية العراق

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة ميسان

كلية التربية الاساسية

قسم الرياضيات

بحث بعنوان

# أستعمال تحليل الحساسية في البرمجة الخطية

بحث مقدم

الى مجلس كلية التربية الأساسية - جامعة ميسان

وهو جزء من متطلبات نيل شهادة البكالوريوس في الرياضيات

اعداد من قبل الباحثين

منتظر صالح عبد

مهند سالم عبد الحسين

تحت اشراف

م.م. حيدر مجيد حماد

1446هـ

2025 م

بسم الله الرحمن الرحيم

{وقل ربي زدني علما}

صدق الله العظيم

سورة طة -الآية 114

# الإهداء

إلى كل من نطق بكلمة التوحيد لسانة وصدقها قلبة ,إلى من صلى على معلم الناس الخير محمد علية الصلاة والسلام .إلى امرأة عظيمة بين نساء الكون التي حملتني وهنا على وهن جنينا وسقتني لبن التوحيد مع الأخلاق رضيعا ,وعلمتني صغيرا ورافقتني بدعائها كبيرا.. أمي الغالية أطال الله في عمرها .

إلى الرجل الفاضل شامخ المكارم وراسخ الفضائل الحريض ابي المتين وأنيس المعين.... أبي الغالي أطال الله في عمرة.

إلى كل من علمني حرفا وأرشدني إلى الخير من القريب أو البعيد .

إلى من جمعني معهم المشوار الدراسي من بدايتة إلى اليوم وإلى كل من هم على الدرب سائرون . إلى من أحببناهم بإخلاص وبادلونا نفس الشعور .

إلى كل هؤلاء أهدي ثمرة جهدي

# الشكر والعرفان

الحمدالله الذي من علي بالوصول إلى هذه المنزلة التي ماكانت لأبلغها إلا بفضلة فالحمد الله عز وجل الذي ألهمني الصبر والثبات ومدني بالقوة والعزم على مواصلة مشوري الدراسي . أتقدم بجزيل الشكر والامتنان إلى الأستاذ المشرف حيدر مجيد الذي لم يبخل علينا بتوجيهاتة ونصائحة حول الموضوع , وأرائة السديدة التي عونا لي في إتمام هذا البحث.وأخص الشكر الى جمهورية العراقية حكومة وشعبا بدء من قائدها إلى شعبها الكريم وشهداء والتي أتاحت لنا هذه الفرص الدراسية الثمينة ابتداء من المرحلة الجامعية إلى الدراسات العليا والشكر موصل كذلك إلى جامعة ميسان كلية التربية الأساسيةوخاصة إدارة قسم الرياضيات

# إقرار المشرف

أشهد أن إعداد هذا البحث الموسوم (أستعمال تحليل الحساسية في البرمجة الخطية) المقدم من قبل الطلبة

منتظر صالح عبد

مهند سالم عبد الحسين

قد جرت بإشرافي في جامعة ميسان _ كلية التربية الأساسية _ قسم الرياضيات وهو جزء من متطلبات نيل درجة البكالوريوس في التربية الأساسية _ قسم الرياضيات

التوقيع :

الاسم:

التاريخ:

توصية رئيس قسم الرياضيات بناء على التوصيات المتوافرة أرشح هذه الرسالة للمناقشة

التوقيع:

الاسم:

التاريخ:
رئيس قسم الرياضيات

# مستخلص البحث

هذا البحث يطرح دراسة ومعرفة أستخدام تحليل الحساسية في مشكلات البرمجة الخطية وذلك باستعراض أساليب وأنواع الحساسيات ومشكلات البرمجة الخطية من حيث نظامها وقواعدها وتحليلها من أهم فرضييات هذا البحث هي: أن استخدام تحليل الحساسية يساهم بصوره واضحة في دراسة وتحليل مشكلات البرمجة الخطية وكذلك في ترشيد القرارات الإدارية نحو الموارد المتاحة . واستخدام في البحث المنهج الوصفي التحليلي الإحصائي لدراسات موضوع البحث

وبعد جمع البيانات من الحالة التطبيقية وإكمال الدراسة تم التوصل الى نتائج أهمها أن إستخدام نموذج البرمجة الخطية يلزم مأن تكون العلاقات خطية بينكافة عناصر المشكلة الأمر الذي يصعب معة إستخدام نموذج البرمجة الخطية الحل المشكل فوضعها في صورة خطية يجعلها بعيدة عن الواقع بدرجات متفاوتة وأن تحليل الحساسية وأن تحليل الحساسية مقياس يوضح التغير في قيمة دالة الهدف المثلى بسبب زيادة وحدة من الطرف الأيمن كما أنة يقيس الحد الذي يمكن بواسطتة مقارنة الإسهام الحدي لمتغير مع القيمة الحدود للموارد التي تستهلكها .وأيضا يمكن تلخيص أهم التوصيات على البرمجة الخطية لم تقدم فقط حلولا مثلى لكنها قدمت القدرة على إجراء تحليل الحساسية على هذه الحلو في الوقت نفسة كما أن البرمجة الخطية كذلك تعبر عن كل الإسهام الحدي والمتطلبات من عوامل الإنتاج الخاصة بكل منتجين حلها الأمثلو إن كثرت المتغيرات أو القيود

فهرس المحتويات

البسملة..... i

الإستهلا.....ii

الإهداء.....iii

الشكر والعرفان.....iv

إقرار المشرف.....v

مستلخص.....vi

الفصل الأول:مقدمة البحث

المبحث1.1 :مقدمه عامة.....1

المبحث 1.2: نبذة تاريخة عن البرمجة الخطية

المبحث1.3 : أهمية البحث

المبحث 1.4 : اهداف البحث

المبحث 1.5: مشكلة البحث .....4

الفصل الثاني :البرمجة الخطية _ المفاهيم والمكونات

المبحث 2.1:مفهوم البرمجة الخطية .....5

المبحث 2.2: أنواع من الحلول لنموذج البرمجة الخطية

المبحث 2.3: الغاية من تطبيق أسلوب البرمجة الخطية

المبحث 2.4: عناصر نموذج البرمجة الخطية

المبحث 2.5: مجالات ومشاكل أستخدام البرمجة الخطية

المبحث 2.6: مكونات نموذج البرمجة الخطية.....10

الفصل الثالث:بناء نماذج البرمجة الخطية وحلولها

المبحث 3.1:بناء نماذج البرمجة الخطية.....11

المبحث 3.2: صيغ نماذج البرمجة الخطية

المبحث3.3:طرق حل نماذج البرمجة الخطية

المبحث3.3.1: طريق الرسم البياني

المبحث3.3.2: طريقة السمبلكس

المبحث 3.4:أشكال توضحية

المبحث 3.4.1:شكل يوضح طريقة النمذجة والتحليل في البرمجة الخطية

المبحث 3.4.2: شكل يوضح خطوات طريقة السمبلكس.....30

الفصل الرابع:تحليل الحساسية في البرمجة الخطية

المبحث3-1:المقدمة .....31

المبحث 3-2: التغيرات في الطرف الأيمن للقيود (الموارد المتحة )
المبحث 3-3: التغيرات في معاملات دالة الهدف

المبحث 3-4: التغيرات في معاملات متغيرات القرار في القيود

المبحث 3-5:إضافة متغير أو متغيرات جديدة

المبحث3-6: إضافة قيود او قيود جديدة

المبحث 3-7: ألاستنتاجات.....45

المراجع.....46

ملاحظة

الأرقام تدل على من إلى عدد صفحات كل فصل

# الفصل الأول: مقدمة البحث

## المبحث 1.1 مقدمه عامة

## المبحث 1.2:نبذة تاريخة عن البرمجة الخطية

## المبحث 1.3:أهمية البحث

## المبحث 1.4:اهداف البحث

## المبحث 1.5:مشكلة البحث

## 1.1:مقدمه عامة

إن البرمجة الخطية كغيرها من أساليب بحوث العمليات كانت قد استحدثت المواجهة مشاكل محددة تحت ظروف وشروط معينة، إلا أن استخداماتها، وبفضل تطوير الوسائل المساعدة، قد توسعت لتشمل مجالات متعددة، فأول استخدام للبرمجة الخطية كان في المجالات العسكرية وذلك للمساعدة في توزيع الموارد المتاحة بين العمليات المختلفة وبالشكل الذي يؤدي إلى زيادة فعالية هذه العمليات. لكن في الواقع العلمي قد تتغير معاملات النموذج مثل المعاملات في دالة الهدف او القيود مما يستدعي دراسة تأثيرهذه التغيرات على الحل الأمثال هنا يأتي دور تحليل الحساسية ،ألذي يساعد في قياس مدى استقرار الحل واتخاذ قرارات افضل بناءً على التغيرات المحتملة . إلا أنها تطورت بعد ذلك بحيث أصبح بالإمكان استخدامها في معظم مجالات اتخاذ القرارات سواء كانت ذات طبيعة اقتصادية أم اجتماعية أم عسكرية، فمثلاً فإنها تستخدم في كافة أنشطة مؤسسات الأعمال كتخطيط ومراقبة الإنتاج، والتسويق والدعاية والإعلان، واختيار الفرص الاستثمارية، وسياسات الشراء والتخزين وغيرها. أما أهم مجالات استخدام البرمجة الخطية في الدول النامية بشكل خاص فهي في قطاع الزراعة وذلك فيما يتعلق بأنظمة الري والاستغلال الأمثل للمساحات الزراعية المتاحة وزيادة مردوداتها من خلال توزيع هذه المساحات بين المحاصيل المختلفة. كما تستخدم في مجالات التربية والتعليم من حيث وضع النظم المناسبة والكفيلة بتحقيق التوزيع الأمثل للإمكانات المادية والبشرية المتاحة بما يتفق وأهداف وسياسات الجهة متخذة القرار. وأخيراً فإن استخدامها بدا يظهر في المجالات الصناعية ومجال النقل. لقد طورت البرمجة الخطية على يد جورج دانتزغ (George Danzig). في حين أن العالم الرياضي الفرنسي جين بابتستي فورير Jean Baptiste Fourier) كان قد تنبه المساهماتها المحتملة منذ عام 1923، وفي عام 1939 اهتم العالم الرياضي الروسي كاتور وفتش (L.V. Katorovich) في استخدام الرياضيات لحل مشاكل التخطيط، ويمكن القول بأن الكثير من الأعمال المبكرة والمتعلقة بالبرمجة الخطية قد تطورت وازدادت بسبب الحاجة التخطيطية للقوة الجوية الأمريكية والتي أدركت المساهمات الهامة للبرمجة الخطية خلال الحرب العالمية الثانية إضافة لذلك فقد ساهم كويمانز - T.C. Koop) mans في التعريف بمساهمات نماذج البرمجة الخطية المحتملة ولا سيما نماذج النقل منها، وتوجيه اهتمامات الاقتصاديين لها . إن أول استخدام أو تطبيق للبرمجة الخطية قد تم من قبل الاقتصادي جورج ستجلر (George Stigler) وذلك في بداية الأربعينات، وقد هدف جورج من ذلك التطبيق إلى

تحديد مكونات الغذاء اليومي (Diet) والتي ستزود الجسم بالحد الأدنى من احتياجاته من الفيتامينات والحديد والمواد الأخرى، وبأقل تكاليف ممكنة. لقد صاغ جورج في ذلك الوقت نموذج مشكلة برمجة خطية والذي لم يكن له وسيلة حل معروفة آنذاك، وقد توصل جورج ومساعده وبالاعتماد على مبادئ الاقتصاد والتخمين الشخصي إلى مكونات للغذاء اليومي قريبة جداً من تلك التي تم التوصل إليها باستخداء طريقة البرمجة الخطية كما وضعها دانتزغ

**1.2:نبذة تاريخة عن البرمجة الخطية**

في عام 1758 وضع ( كيناي Quesnay الجدول الاقتصادي، واستخدم فيه نماذج رياضية لوصف العلاقات الاقتصادية. وفي عام 1874 عرض ( فالراس) نموذجه الرياضي للتوازن الاقتصادي، مستخدما فيه معادلات خطية. وشكل ذلك الأرضية المهمة التي تأسس عليها أسلوب البرمجة الخطية، حيث أجرى ( نيومان (Neumann) و اقتصاديون غيره ، تطويرا لنموذج التوازن الاقتصادي، واستخدم ليونتيف نموذج المستخدم المنتج الذي يعتبر أول نموذج في البرمجة الخطية وقد ظهر أول كتاب في بحوث العمليات في العام 1946 م باسم طرق بحوث العمليات الموريس Morris وكميال، وكان أهم الاكتشافات في هذا الصدد لجورج دانترج ) عام 1947م الطريقة السمبلكس لحل مشاكل البرمجة الخطية وتبع ذلك تطورات أدت إلى ظهور كتاب بحوث العمليات عام 1957م. وتعد البرمجة الخطية أحد الأساليب العلمية الحديثة البحوث العمليات بدأ ظهورها في عام 1920 على ايدي الاقتصادي الشهير ( ليونتيف Leontief ) في تطويره لتحليل المدخلات والمخرجات ثم تابع تطوره على ايدي الرياضي الانكليزي ( دانترج Dantizg ) الذي اكتشف طريقة (Simplex ) احد طرق الحل للبرمجة الخطية (1704-1752) م. وفي العام 1818 وضع غاوس مهاراته الحسابية موضع الاستخدام العملي، وأجرى مسحاً جيوديزياً لمملكة هانوفر مسح الأراضي الغاوسي الألماني)، بالربط مع المسوحات الدنماركية السابقة وفي رسالة الدكتوراه في العام 1799 وفي غياب برهان جديد على النظرية القائلة بأن كل دالة جبرية جذرية كاملة لمتغير واحد يمكن حلها إلى عوامل حقيقية من الدرجة الأولى أو الثانية) أثبت عاوس النظرية الأساسية للجبر والتي تنص على أن كل دالة (تابع) غير ثابتة كثيرة الحدود المتحول واحد وذات معاملات عقدية لها جذر عقدي واحد على الأقل. كان علماء الرياضيات بمن فيهم جان لوروند دالمبرت بالفرنسية Jean le Rond d'Alembert» قد قدموا أدلة خاطئة من قبل، وقد احتوت أطروحة غاوس على نقد لعمل المبرت». ومن المفارقات ـ وفقاً لمعايير اليوم ـ أن محاولة غاوس الخاصة

غير مقبولة بسبب الاستخدام الضمني النظرية منحني جوردان»، ومع ذلك فقد قدم ـ فيما بعد . ثلاثة أدلة أخرى كان آخرها ـ في عام 1849 ـ بليغاً بشكل عام، أوضحت محاولاته مفهوم الأعداد المركبة بشكل كبير على طول الخط

## 1.3: أهمية البحث

أهمية البحث تكتسب هذه الدراسة أهمية خاصة بوصفها إحدى المحاولات التي تتناول الربط بين تحليل الحساسية والبرمجة الخطية، وذلك بقصد تحقيق مستوى أفضل من الموارد المتاحة، الأمر الذي يتطلب معرفة الإمكانات الموجودة ومدى توفرها. كما تكمن أهمية البحث في دفع المؤسسات إلى استخدام مثل هذه البرامج السهلة في تنفيذ خططها ودعم قراراتها الإدارية لأن ذلك يحقق نفعا معنويا وماديا لتلك المؤسسات.

## 1.4:اهداف البحث

يهدف هذا البحث الى دراسة تحليل الحساسية في البرمجة الخطية وفهم كيف يمكنه تحسين الحلول المثلى مع تقديم امثلة علمية توضيح تاثيره على اتخاذ القرار.

## 1.5:مشكلة البحث

ان المشكلة التي نبحث في ايجاد حل المثل في البرمجة الخطية من خلال ايجاد الحل المثل بطريقة السمبلكس وطريقه الرسم البياني وتم معالجتها باستخدام الحل الامثل بطريقة تحليل الحساسيه "دراسة مقارنة بين طريقتي السمبلكس والرسم البياني في إيجاد الحل الأمثل لنماذج البرمجة الخطية، مع تقييم استجابتهما للمتغيرات المختلفة باستخدام التحليل الحساس."

## الفصل الثاني: البرمجة الخطية _المفاهيم والمكونات

### المبحث 2.1: مفهوم البرمجة الخطية

### المبحث 2.2: أنواع من الحلول لنموذج البرمجة الخطية

### المبحث 2.3: الغاية من تطبيق اسلوب البرمجة الخطية

### المبحث 2.4: عناصر نموذج البرمجة الخطية

### المبحث 2.5: مجالات ومشاكل أستخدام البرمجة الخطية

### المبحث 2.6: مكونات نموذج البرمجة الخطية

## 2.1: مفهوم البرمجة الخطية Concept of Linear Programming L.P

تعرف البرمجة الخطية بأنها نموذج رياضي لتوزيع مجموعة من الموارد والامكانيات المحدودة على عدد من الحاجيات المتنافسة على هذه الموارد ضمن مجموعة من القيود والعوامل الثابتة بحيث يحقق هذا التوزيع افضل نتيجة ممكنة، أي أن يكون توزيعها مثاليا. وتعتبر نماذج البرمجة الخطية من ابسط واسهل النماذج الرياضية والتي يمكن انشاؤها لمعالجة المعضلات الصناعية والحكومية والمنشآت والشركات ذات الطبيعة الانتاجية.إذن فالنموذج بشكل عام عبارة عن جزء يحمل مواصفات الكل، بحيث ان كل ما هو ايجابي في النموذج يكون ايجابيا في الكل، وكل ما هو سلبي في النموذج يكون سلبيا على الكل، ويمكن ان يكون النموذج بشكل صيغة رياضية عمل مواصفات حالة معينة من خلال عدد من العلاقات الرياضية التي تعبر عن المشكلة أو الحالة التي يتم دراستها بشكل او بآخر. ان الهدف من بناء النموذج بشكل عام هو عرض وتحليل وتفسير المشكلة بطريقة مبسطة، ولكي يحقق مصمم النموذج الهدف المطلوب من وراء ذلك ينبغي ان يكون على علم تام بكل حيثيات المشكلة، مع الاخذ بنظر الاعتبار مسألة مهمة هي عدم اهمال الحقائق والمتغيرات المهمة في المشكلة بهدف التبسيط. وكلما كان النموذج قريبا من الواقع كلما كان التحليل والتنبؤ دقيقا والعكس صحيح ايضا. وبناء على ما تقدم يمكن ان نلخص مفهوم النموذج بأنه التكوين أو الصياغة الملموسة الذي يهدف الى تصوير الواقع لتوضيح احد مظاهر الطريقة التي يعمل بها، وعادة يكون النموذج اقل تعقيدا من الواقع الا انه يجب ان يكون كاملا بما فيه الكفاية لتقريب مظاهر المشكلة قيد البحث. ولغرض فهم طبيعة وانواع النماذج الرياضية وتقسيماتها سوف يتم استعراض الاسباب التي تدعو الى صياغة وبناء النماذج عامة والنماذج الرياضية بشكل خاص وكما يلي:

1- صعوبة نقل المشكلة قيد البحث من مكان الى اخر.
2- صعوبة حصر وتحديد مواصفات المشكلة قيد البحث.
3- الكلفة العالية للتعامل مع المشكلة قيد البحث.
4- المخاطر الناتجة عن المشكلة قيد البحث.
5- عدم امكانية التعامل مع المشكلة قيد البحث بشكل مباشر,

**ومما تقدم في اعلاه يمكن تعريف النموذج الرياضي بانه (مجموعة من المتغيرات والعوامل المتداخلة والمترابطة فيما بينهها والتي تعبر عن مشكلة أو حالة معينة وترتبط فيما بينها من خلال عدد من العلاقات الرياضية (معادلات او متباينات وفق صيغ معينة تهدف الى توضيح طبيعة المشكلة موضع البحث مع بيان مواصفات متغيراتها الداخلية والخارجية). وضمن الاراء والافكار الواردة في موضوعي الاساليب الكمية وبحوث العمليات ترد عدة تقسيمات للنماذج الرياضية وكما يلي:**

**اولا: التصنيف الشامل للنماذج الرياضية.**

**ثانيا: التصنيف الرئيسي للنماذج الرياضية.**

**ثالثا: التصنيف الفرعي للنماذج الرياضية.**

**المبحث 2.2: أنواع من الحلول لنموذج البرمجة الخطية**

**لدينا ثلاثة انواع من الحلول لنموذج البرمجة الخطية هي :**

- **الحل Solution : وهو الذي يمكن ان يحقق أي مجموعة من المعادلات او المتباينات الممثلة لقيود .**
- **الحل الممكن feasible Solution : وهو الحل الذي يحقق جميع قيود نموذج البرمجة الخطية.**
- **الحل الامثل**

**Optimal Solution:ويمثل احد الحلول الممكنة والذي يحقق القيمة المثلى لدلة الهدف , أي انة الحل الذي يحقق جميع القيود والدالة الهدف في ا**

**المبحث 2.3: الغاية من تطبيق اسلوب البرمجة الخطية**

**الغاية من تطبيق اسلوب البرمجة الخطية هى الوصول الى حل نموذج البرمجة الخطية وهي اداة اليجاد االمثلية تعظيم او تقليل دالة الهدف تخضع الى مجموعةمن المتباينات والمعادالت تعرف بالقيود القيود:تكون متطلبات السوق او معدات انتاج او طاقة خزن او توفير المواد االولية ....**

**هو عبارة عن مجموعة من المعادالت والمتباينات باإلضافةالى دالة الهدف**

**يمكن تعريف نموذج البرمجة الخطية LPM**

**المبحث 2.4: عناصر نموذج البرمجة الخطية**

**عناصر نموذج البرمجة الخطية Elements of a LP model**

- **الهدف وتحقيق االمثلية ( goal ( Objective**
- **متغيرات القرار المطلوب منا تحديد قيمه عند حل النموذج variables Decision**
- **القيود المطلوب تنفيذها Constraints**
- **دالة الهدف:ربما تكون ربح او كلفة او طاقة استعابية او انتاج..**
- **-Non negative constraint الالسالب الشرط**

**المبحث 2.5: مجالات ومشاكل أستخدام البرمجة الخطية**

**مجالات ومشاكل استخدام البرمجة الخطية**

**يمكن القول بأن مجالات استخدام البرمجة الخطية تتلخص بما يلي:**

- **تنظيم العمليات الانتاجية للحصول على أكبر ناتج ممكن ضمن الظروف المتاحة.**
- **تقليل عوادم الانتاج الى اقل حد ممكن.**
- **اختيار امثل الطرق لتوزيع المنتجات من مناطق انتاجها الى مواقع استخدامها.**
- **تخطيط ورقابة الانتاج.**
- **الوصول الى افضل استغلال لطاقات الآلات والمعدات.**
- **الاستفادة القصوى من المواد الأولية. مجالات ومشاكل استخدام البرمجة الخطية**

## المبحث 2.6: مكونات نموذج البرمجة الخطية

وكما ذكرنا سابقاً في الفصل (4-1) أن النموذج هو الصياغة الرياضية للمتغيرات أو العناصر السائدة للمشكلة والتي تسمي في نموذج البرمجة الخطية بالمتغيرات القرارية DECISIONS VARIABLES أي المتغيرات المطلوب اتخاذ قرار بشأنها أي تحديد قيمها والمتغيرات التحكمية (المعلمات). كذلك يتكون من العلاقات بين هذه المتغيرات وتسمي في نموذج البرمجة الخطية بالقيود الهيكلية. ويتميز نموذج البرمجة الخطية بأن القيود الهيكلية قيود خطية أيضاً كذلك يتكون من دالة خطية في المتغيرات القرارية تسمى بدالة الهدف

ومما سبق يمكن تحديد مكونات نموذج البرمجة الخطية على النحو التالي:-

- متغيرات قراريه غير سالبة أو ممكن تحويلها إلى متغيرات غير سالبة.
- دالة هدف خطية أي صياغة الهدف كدالة خطية في المتغيرات القرارية يكون المطلوب تعظيمها أو تصغيرها.
- قيود في شكل متباينات خطية أو معادلات خطية في المتغيرات القرارية.

وهي متغيرات تحكمية معلمات .

تؤثر في المشكلة ولكن لا دخل لمتخذ القرار في تحديد تأثير هذه المتغيرات على المشكلة النظام (SYSTEM) ولكن تعطى كمعطيات

وبالتالي يتطلب صياغة المشكلة محل الدراسة في شكل نموذج برمجة

خطية أن يتوافر الشروط التالية:

### 1- تحديد دالة الهدف OBJECTIVE FUNCTION

وهو الهدف المنشود والذي نرغب في تحقيقه وامكانية التعبير عن هذا الهدف في صورة دالة خطية LINEAR FUNCTION والحصول على قيمة رقميه له ومحاولة تعظيم هذه القيمة وايجاد النهاية العظمى لها A MAXIMUM POINT اذا كان الهدف المنشود ربحا أو تقليل القيمة وايجاد النهاية الصغرى A MINIMUM POINT اذا كان الهدف تكلفة أي الوصول الى ادنى تكلفة ممكنة. وتتكون دالة الهدف من المتغيرات اما المعامل الخاص بكل متغير هو عبارة عن

**ربح الوحدة الواحدة في حالة تعظيم دالة الهدف او يكون المعامل عبارة عن تكلفة الوحدة الواحدة في حالة تخفيض دالة الهدف.**

**2- تحديد القيود CONSTRAINTS**

**أي امكانية التعبير عن العلاقة بين المتغيرات القرارية والامكانيات المتاحة في صورة قيود خطية LINEAR CONSTRAINTS وهي توضح ما تحتاجه كل وحدة انتاج من كل مورد من الموارد المتاحة المحدودة بشكل**

**LINEAR او معادلات خطية LINEAR INEQUALITIES متراجحات EQUATIONS او خليط منها وتسمى بالقيود الهيكلية0**

**3- شروط عدم السالبية: NON - NEGATIVITY**

**اذ يجب ان تكون المتغيرات القرارية في المشكلة قيد الدراسة متغيرات موجبة او صفرية وغير سالبة.**

$$x_1, x_2, \ldots\ldots x_n \geq 0$$

**فإذا توافرت في المشكلة محل الدراسة جميع الشروط المذكورة أعلاه، فإنه يمكن صياغتها في صورة نموذج برمجة خطية. وسوف نوضح في الفصل التالي كيفية بناء نماذج البرمجة الخطية من خلال العديد من المشاكل**

## الفصل الثالث :بناء نماذج البرمجة الخطية وحلولها

**المبحث 3.1:بناء النموذج الرياضي**

**المبحث 3.2:صيغ نماذج البرمجة الخطية**

**المبحث 3.3:طرق حل نماذج البرمجة الخطية**

- **3.3.1:طريقة الرسم البياني**
- **3.3.2: طريقة السمبلكس**
- **المبحث 3.4:اشكال توضحية**
- **3.4.1: شكل يوضح طريقة النمذجة والتحليل في البرمجة الخطية**
- **3.4.2:شكل يوضح خطوات طريقة السمبلكس**

## المبحث 3.1:بناء النموذج الرياضيSTRUCTURE OF THE MODEL

**في هذا الفصل سوف نوضح كيفية بناء نماذج البرمجة الخطية من خلال مجموعة من الأمثلة التطبيقية في القطاعات الإنتاجية أو الخدمية .**

**<u>مثال (1)</u> تقوم احدي الشركات الصناعية بإنتاج نوعين من المنتجات A, B وترغب الشركة في تحديد عدد الوحدات التي يجب إنتاجها يومياً من كل نوع بحيث تحقق الشركة أكبر ربح ممكن، بحيث يتطلب إنتاج الوحدة الواحدة منكل نوع المرور على ثلاثة خطوط مختلفة للإنتاج I,II,III على الترتيب. والجدول التالي يوضح الزمن المتاح للتشغيل اليومي في كل خط، كذلك الزمن المطلوب للوحدة الواحدة من كل منتج في كل خط، كذلك ربح الوحدة الواحدة م**

**كل منتج. والمطلوب تحديد عدد الوحدات التي يجب إنتاجها من بحيث تحقق الشركة أكبر ربح ممكن في ظل إمكانيات التشغيل اليومية في كل خط إنتاج. ملحوظة : تمثل القيم بالجدول معلمات النموذج( أي المتغيرات التحكمية).**

**جدول (1-2)**

| خط الانتاج | الومن المطلو لكل وحده في كل خط بالدقائق | | الوقت المتاح للتشغيل |
|---|---|---|---|
| | A | B | |
| I | 2 | 1 | 600 |
| II | 3 | 5 | 540 |
| III | 1 | 6 | 660 |
| ربح الوحدة الواحدة | 4 | 7 | |

**الحل: يمكن صياغة المشكلة السابقة في صورة نموذج برمجة خطية على النحالتالي:**

**1- تحديد المتغيرات القرارية**

**إذا فرضنا أن المطلوب تحديد عدد الوحدات التي يجب إنتاجها يومياً من المنتجينء,X1 X2 ، لذا يمكن افتراض أن المتغيران 2 يشيران إلى عدد الوحدات التي يجب إنتاجها من A على الترتيب.**
**حيث أن X1 X2 متغيرات**

$$x_1 \geq 0 \quad , \quad x_2 \geq 0 \qquad (1)$$

**حيث تشير القيود في (1) إلى شروط عدم السالبية.**

**2- تحديد دالة الهدف:**

**بما أن هدف الشركة تحقيق أكبر ربح ممكن Maximum Profit،دد**

**فإذا فرضنا أنz تشير إلى ربح الشركة فإن**

$$Z = f(x_1, x_2) = 5x_1 + 7x_2$$

**وبالتالي يصبح هدف الشركة إيجاد قيم $x_1, x_2$ التي تجعل الدالة $f(x_1, x_2)$ نهاية عظمي أي إيجاد $x_1, x_2$ بحيث:**

$$Maximize\ Z = 5x_1 + 7x_2$$

**(3)- القيود الهيكلية**

**في هذا المثال نجد أن الهدف (2) يخضع للإمكانيات المتاحة للشركة بالنسبة لزمن التشغيل في خطوط الإنتاجو I,II,III.**

**فبالنسبة لخط الإنتاج 1 نجد أن:**

$$2x_1 + 1x_2 \leq 600$$

**وبالنسبة لخط الإنتاج 11 نجد أن:**

$$3x_1 + 5x_2 \leq 540 \quad (3)$$

**وبالنسبة لخط الإنتاج III نجد أن:**

$$1x_1 + 6x_2 \leq 660$$

**من (5) (1) يمكن كتابة نموذج البرمجة الخطية للمشكلة السابقة على النحو التالي:**

**أوجد قيم $x$ بحيث**

$$Maximize\ Z = 5x_1 1 + 7x_2$$

$$Subject\ to\ 2x_1 + x_2 \leq 600$$

$$3x_1 + 5x_2 \leq 540$$

$$x_1 + 6x_2 \leq 660$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

## المبحث 3.2:صيغ نماذج البرمجة الخطية General Formulation of the Model

### الصيغ العامة لنموذج البرمجة الخطية :Canonical for

١ تأخذ الصياغة التاليةCnx + ⋯ + $C_3X_3$ + $C_2X_2$ + $C_1X_1$ = Z or Max :

**Min**

**S.T**

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + x_{13}x_3 + \cdots + a_1nxn \leq, =, \geq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + x_{23}x_3 + \cdots + a_2nxn \leq, =, \geq b_2$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + x_{33}x_3 + \cdots + a_3nxn \leq, =, \geq b_3$$

حيث : ▪ $a\ i\ ,\ bi\ ,\ cj$تشير إلى معلمات النموذج ويمكن الحصول عليها أو تقديرها في شكل مقادير ثابتة

▪ Z : تمثل دالة الهدف

$X_j$ :المتغير المطلوب اتخاذ القرار بحقة:

$b_j$: تمثل الموارد المحددة :كمية الموارد المحددة من النوع i والالزم تخصيصها لكل وحد واحدة من النشاط أو الفعالية:

$C_j$تمثل الربح أو الكلفة نتيجة تخصيص المورد i إلنتاج وحدة واحد من النشاط أو الفعاليةً

**الشكل الرياضي للنموذج الخطي في حال التعظيم :**

**يعطى النموذج الخطي بشكل عام في حال التعظيم بالشكل :**

$$\text{Max:Z}=C_1X_1 + C_2X_2 + \cdots + C_nX_n$$

$$a_{11}x_1 + \ \ldots\ldots\ldots + a_{1n}x_n \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + \ \ldots\ldots\ldots + a_{2n}x_n \leq b_2$$

$$a_{31}x_1 + \ \ldots\ldots\ldots\ldots a_{3n}x_n \leq b_3$$

.....

$$a_{m1}x_{1+} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots a_{mn}x_n \leq b_m$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots x_n \geq 0$$

**حيث $Z$ هي دالة الهدف ويجب ان تكون في اعظم قيمة لها.**

**$x_1,x_2,\ldots\ldots,x_n,$ : ي هي المتغيرات يجب البحث عن قيمها ويشترط ان تكون غير سالب**

**$c_1, c_2, \ldots\ldots c_n$:وهي معاملات الدالة المراد تعظيمها** شريط **تحقق القيود.**

**$a_{11}, a_{12} \ldots\ldots a_{1n}, a_{21}, a_{22}, \ldots. a_{mn}$ وهي معاملات القيود ويمكن ان تاخذة أي قيمة**

**$b_1, b_2, \ldots b_n$ :وهي شاع الثواب ويشترط ان تكون قيمتة موجبة.**

**مثال [1.1 ]استلمت شركة دوائية طلبا لصناعة مركب دوائي يتكون من ثالثة مركبات أساسية حيث يمر الدواء بثالثة مراحل من التصنيع المطلوب صياغة نموذج برمج خطية يحقق اعلى ربح**

| مراحل التصنيع | المركب الاول | المركب ثاني | المركب الثالث | الموارد |
|---|---|---|---|---|
| A | 3 | 2 | 4 | 80 |
| B | 1 | 5 | 1 | 70 |
| C | 5 | 4 | 6 | 90 |
| الأرباح | 3 | 4 | 2 | |

**Solution**

نفرض ان النوع الاول $X_1$

نفرض النوع الثاني $X_2$

نفرض النوع الثالث $X_3$

$$Max\ Z = 3X_1 + 4X_2 + 2X_3$$

$S.T$

$$3X_1 + 2X_2 + 4X_3 \le 80$$

$$X_1 + 5X_2 + X_3 \le 70$$

$$5X_1 + 4X_2 + 6X_3 \le 90$$

$$X_1, X_2, X_3 \ge 0$$

<u>ثانياً: الشكل الرياضى للنموذج الخطى فى حال التقليل</u>

إن شكل النموذج الخطي في حال التدنئة بشكل عام هو

$$: Min\ Z = C1x1 + C2x2 + \cdots + Cnxn$$

$S.T$

$$a11x1 + \dots\dots\dots\dots\dots.. +a1nxn \ge b1$$

$$a21x1 + \dots\dots\dots\dots\dots.. +a2nxn \ge b2$$

$$a31x1 + \dots\dots\dots\dots\dots.. +a3nxn \ge b3$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots.. \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots.. am1x1 + \dots\dots\dots\dots\dots.. +amnxn \ge bm$$

**Non negative $x1 \geq 0, x2 \geq 0, \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots, xn \geq 0$ 23**

**مثال[1.2 ]في مصنع لصناعة ألسمدة و المركبات الحيوانية كان المركب المطلوب لغذاء حيواني مركب من ثلاثة انواع اساسية و كل وحدة تتكون من 4 مركبات و هي(كربوهيدرات ،دهون، بروتين ، فيتامين) وكما في الجدول المطلوب صياغة نموذج برمجه خطية يحقق اقل ربح -**

| المركبات | النوع الاول | النوع الثاني | النوع الثالث | االموارد |
|---|---|---|---|---|
| كربوهيدرات | 10 | 7 | 5 | 50 |
| دهون | 12 | 5 | 3 | 40 |
| بروتينات | 11 | 10 | 9 | 60 |
| فيتمينات | 6 | 4 | 3 | 30 |
| التكلفه | 150 | 130 | 120 | |

**Solution:**

**نفرض ان ا لنوع الأول $x_1$**

**نفرض ان النوع الثاني $x_2$**

**نفرض ان النوع الثالث $x_3$**

$$Min\ z = 150x_1 + 130x_2 + 120x_3$$

$$S.T$$

$$10x1 + 7x2 + 5x3 \geq 50$$

$$12x1 + 5x2 + 3x3 \geq 40$$

$$11x1 + 10x2 + 9x3 \geq 60$$

$$6x1 + 4x2 + 3x3 \geq 30$$

$$x1, x2, x3 \geq 0$$

## الصيغة القانونية لنموذج البرمجة الخطية [ Canonical Form of Linear Programming Mo

ان الفرق بين الصيغة القانونية لنموذج البرمجة الخطية والصيغة العامة لنموذج البرمجة الخطية يتمثل بما يلي- :١دالة الهدف Z في الصيغة العامة لنموذج البرمجة الخطية تكون اما من نوع Maxاو من نوع Min بينما تكون في الصيغة القانونية لنموذج البرمجة الخطية من نوع Maxفقط- عالمات القيود في الصيغة العامة لنموذج البرمجة الخطية تكون≤, =, ≥( ، بينما تكون في الصيغة القانونية لنموذج البرمجة الخطية اصغر و يساوي≥ فقط. اما مكونات نموذج البرمجة الخطية هي نفسها بالصيغتين العامة والقانونية وكما يلي :الصيغة القانونية لنموذج البرمجة الخطية

$$Max\ Z = C1x1 + C2x2 + C3x3 + \cdots + Cnxn$$

**S. T**

$$a11x1 + a12x2 + x13x3 + \cdots + a1nxn \leq b1$$

$$a21x1 + a22x2 + x23x3 + \cdots + a2nxn \leq b2$$

$$a31x1 + a32x2 + x33x3 + \cdots + a3nxn \leq b3$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots am1x1 + am2x2 + am3x3 + \cdots + amnxn \leq bm$$

$$\text{Non negative } x1, x2, x3, \ldots\ldots\ldots xn \geq 0$$

## الصيغة القياسية لنموذج البرمجة الخطية Standard Form of Linear Programming Model

ان الفرق بين الصيغة القياسية لنموذج البرمجة الخطية والصيغة العامة لنموذج البرمجة الخطية يتمثل بما يلي - 1 :دالة الهدف Z في الصيغة العامة لنموذج البرمجة الخطي تكون اما من نوع Max او من نوع Min ، وكذلك تكون في الصيغة القياسية لنموذج البرمجة الخطية .عالمات القيود في الصيغة العامة لنموذج البرمجة الخطية تكون,(≤, =, ≥) بينما تكون في الصيغة القياسية لنموذج البرمجة الخطية يساوي فقط بعد أضافة المتغيرات الوهمية غير سالبة ويرمز لها

بالرمز $S_i \geq 0$ وتكون بشكل S+ عندما تكون اشارة المتباينة اصغر ويساوي S- ≤و عندما تكون اشارة المتباينة اكبر و يساوي ≤ وال نضيف شيء في حالة المساواة 3- = الطرف أليمن للقيود يكون غير سالب $Max\ or\ Z = C1x1 + C2x2 + C3x3 + \cdots + Cnxn$

$$\text{Min S. T } a11x1 + a12x2 + x13x3 + \cdots + a1nxn \leq, =, \geq b1$$

$$a21x1 + a22x2 + x23x3 + \cdots + a2nxn \leq, =, \geq b2$$

$$a31x1 + a32x2 + x33x3 + \cdots + a3nxn \leq, =, \geq b3$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots am1x1 + am2x2 + am3x3 + \cdots + amnxn \leq, =, \geq bm$$

$$\text{Non negative } x1, x2, x3, \ldots\ldots\ldots xn \geq 0$$

متغير وهمي (Slack Variable )* ملاحظة :المتغيرات الوهمية الا تؤثر على دالة الهدف وتسمى برقم القيد

مثال :حول نموذج البرمجة الخطية االتي الى(A الصيغة القانونية( B الصيغة القياسية

$$Min\ Z = \quad 2x1 + 4x2$$

$$\text{S. T}$$

$$3x1 - x2 \leq 8$$

$$-5x1 + 2x2 \geq 3$$

$$4x1 - x2 = 6$$

$$|x1 - x2| \leq 10$$

$$x1, x2 \geq 0$$

A) الصيغة القانونية

**Solution:-**

$$Max - z = -2x1 - 4x2$$

$$S.T$$

$$3x1 - x2 \leq 8$$

$$5x1 - 2x2 \leq -3$$

$$4x1 - x2 \leq 6$$

$$-4x1 + x2 \leq -6$$

$$x1 - x2 \leq 10$$

$$-x1 + x2 \leq 10$$

$$x1, x2 \geq 0$$

B ) الصيغة القياسية

$$Min\ Z = 2x1 + 4x2$$

$$S.T$$

$$3x1 - x2 + S1 = 8$$

$$-5x1 + 2x2 - S2 = 3$$

$$4x1 - x2 = 6$$

$$x1 - x2 + S3 = 10$$

$$-x1 + x2 + S4 = 10$$

$$x1, x2, s1, s2, s3, s4 \geq 0$$

## المبحث 3.3:طرق حل نماذج البرمجة الخطية

## Solution Methods of Linear Progr

توجد طرق متعددة يمكن بواسطتها حل نموذج البرمجة الخطية إليجاد قيم متغيرات النموذج وكذلك دالة الهدف ومن هذه الطرق

ما يلي

### 3.3.1 طريقة الرسم البياني The Graphical Method

- تعد الطريقة البيانية من الطرق المهمة في حل نموذج البرمجه الخطيه وتصلح هذه الطريقه عندما يحتوي النموذج على متغيرين فقط $(x_1, x_2)$ولحل نموذج البرمجهة الخطية نتبع الخطوات الاتية 1-رسم قيود النموذج على هيئة خطوال مستقيمة ى 2-تحديد زوايا منطقة الحل الممكن Solution Feasible بيانيا 3-إيجاد قيم زوايا منطقة الحل الممكن 4-تحديد نقطة الحل المثلPoint Solution O

**(1.1) مثال :جد الحل ألمثل لنموذج البرمجة الخطية التاليه باستخدام الطريقة البيانية**

**Max. Z= 3X1+5X2**

**Subject to:**

**2X1+3X2 ≤ 30**

**5X1+4X2 ≤ 60**

**X1 , X2 ≥ 0**

**Solution**

**2X1+3X2 ≤ 30 2X1+3X2= 30**

**القيد لأول يهمل**

$$2x_1 + 3x_2 = 30$$

**l f X1=0, 3X2=30, X2=15 P1(0,10) نقطة الاولى**

**If X2=0 2X1=30 X1=15 P2(15,0) النقطة الثانية**

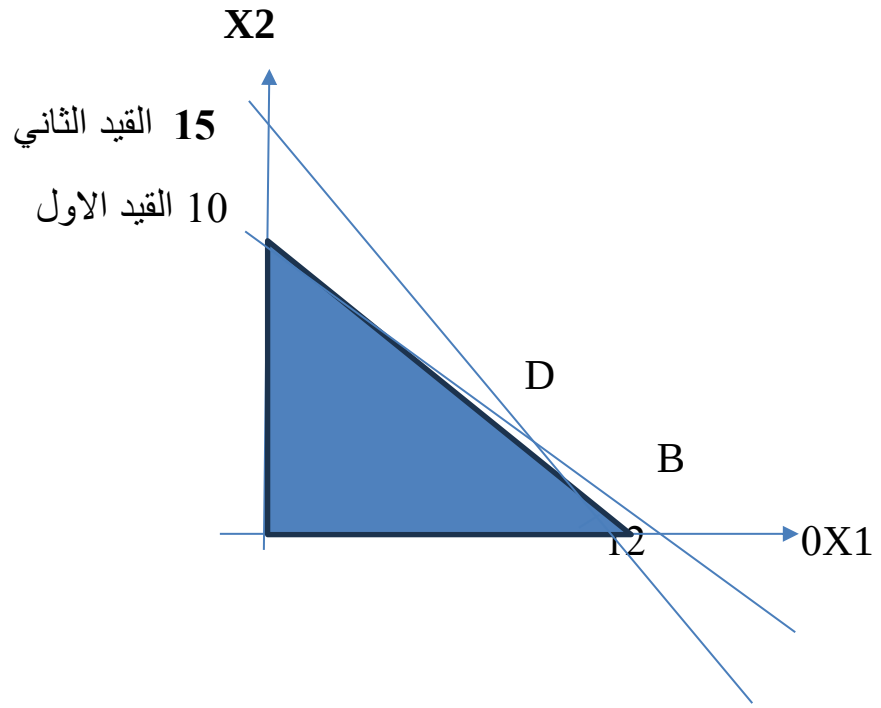
**5X1+4X2= 60 , 5X1+4X2 < 60 القيد الثاني يهمل**

**5X1+4X2= 60**

**If X1=0 4X2=60 X2=15 P1(0,15) النقطة الأولى**

**.If X2=0 5X1=60 X1=12 P2(12,0)**

**عليه تكون الحل الممكن موضح بالشكل الاتي :**




من الشكل البياني السابق يتضح بان منطقه الحل الممكن محدودة بالنقاط (D,C,B,A)اذ ان:

( A= (0,0) , B= (12,0) , C= (0,10

وإليجاد إحداثيات النقطة(D) نقوم بتقاطع القيدين ( الاول والثاني ) أي ان:

نضرب ب (5)(1) .....(2X1+3X2= 30)

نضرب ب (2) (2).....(5X1+4X2=60)

10X1+15X2=150.....(3)

-+10X1-+8X2=-+120....(4)

بالطرح 7X2 =30

X2=4.3

نقوم بتعويض قيمة (X2=4.3) في المعادلة رقم (1) نحصل على :

2X1+3(4.3)=30

2X1+12.9=30

2X1=17.1

X1= 8.6

D=(8. 6 ,4.3)

والايجاد الحل الأمثل ، نقوم بعمل جذول الاتي:

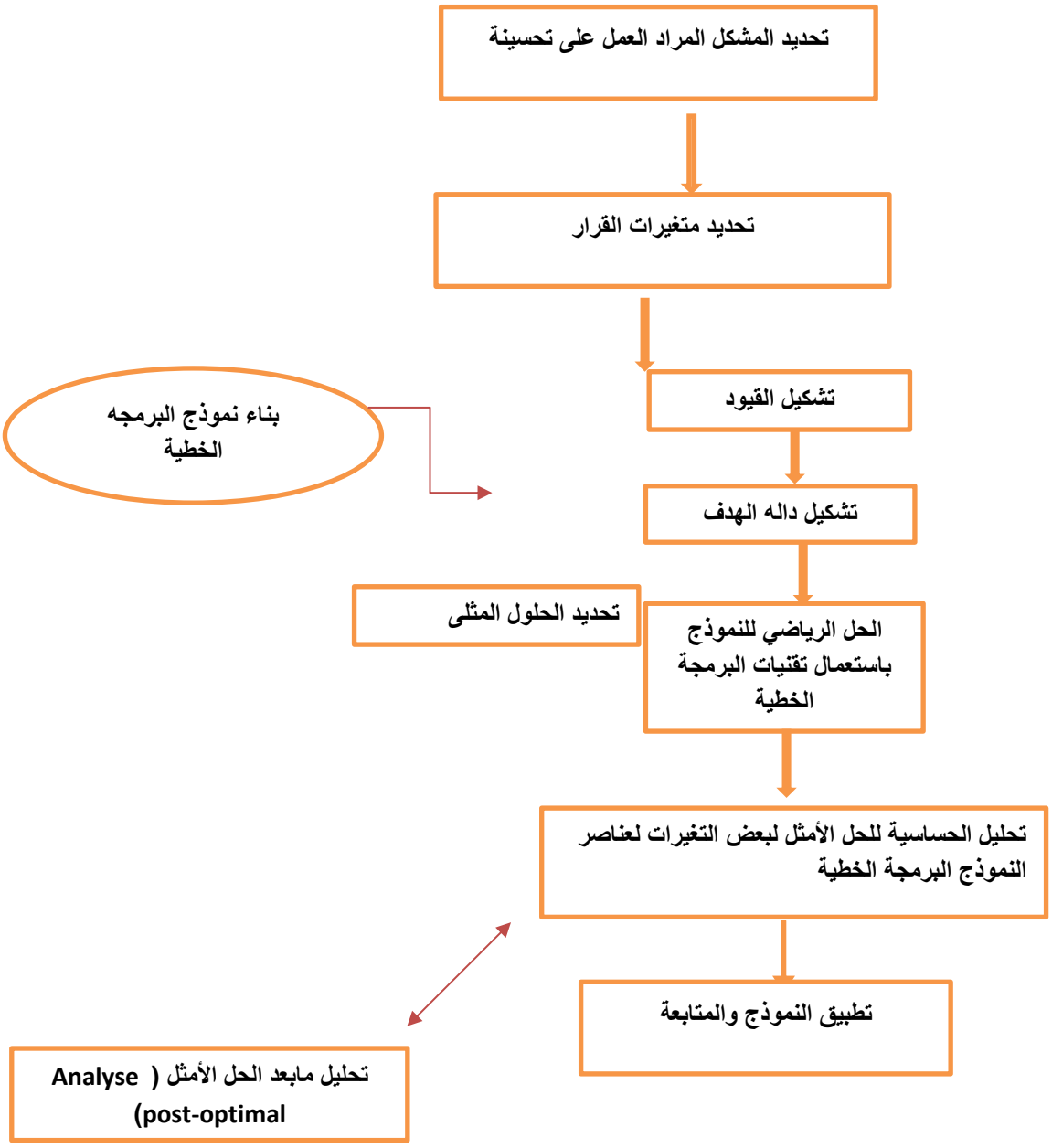
| نقاط الحدود | X1 | X2 | Z=3X1+5X2 | Max.z |
|---|---|---|---|---|
| B(12,0) | 12 | 0 | 36 | 50 |
| C(0,10) | 0 | 10 | 50 | |
| D(8.6,4.3) | 8.6 | 4.3 | 47.3 | |

عليه فإن الحل الأمثل لنموذج ,يكون:

X1=0, X2=10, Z=50

## المبحث 3.4: اشكال توضحية

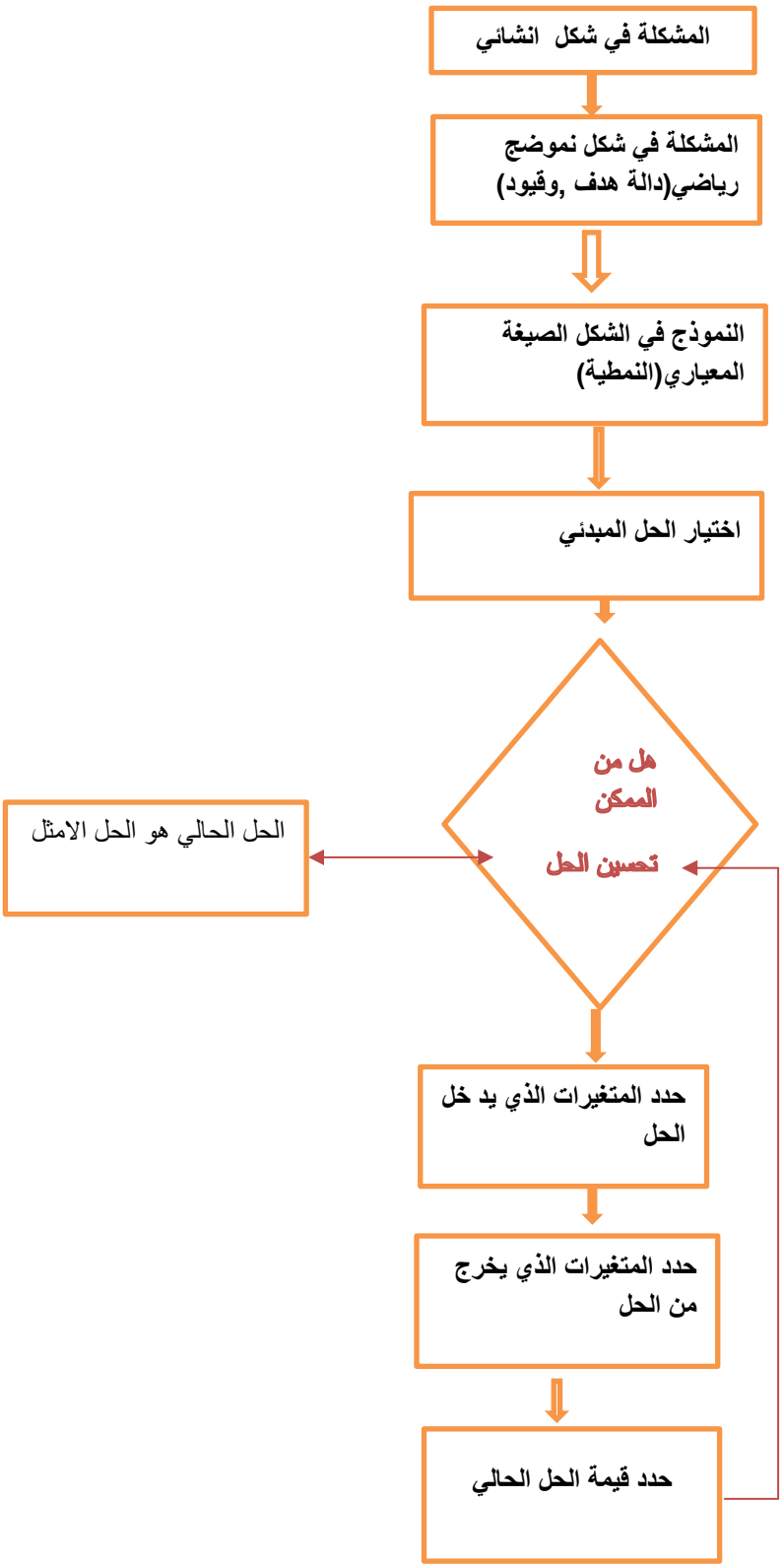
### 3.4.1:الشكل التالي :يوضح "طريقة النمذجة والتحليل في البرمجة الخطية"



## 3.3.2 : طريقة السمبلكس Simplexe

لقد لاحظنا سابقا ان الطريقة الرسم البياني لا تستخدم الإ في حالة متغيرين فقط ويرجع ذلك الى صعوبة بل استحاله الرسم البياني عندما يزيد عدد المتغيرات الواجب إتخاذ قرار بشأنها عن أثنين وطالما ان معظم التطبيقات العلمية تتضمن عدد كبير من المتغيرات والقيود فإننا نحتاج الى أسلوب. آخر صمم خصيصا للذلك يعرف بأسلوب السمبلكس Simplexe Method

3.4.2; شكل يوضح خطوات الحل بطريقه السمبلكس



## (1.2) مثال:جد الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية التالي باستخدام طريقة السمبلكس Simplex

Max.Z=$30x_1 + 18x_2$

S.T:

$x_1 + 2x_2 \leq 200$

$3X_1 + 2X_2 \leq 300$

$X_1 \leq 150$

**1_تحويل نموذج البرمجة الخطية ( L.P) السابق الى الصيغة القياسي وكالاتي:**

Solution:

Max.Z=$30X_1 - 18X_2 - 0S1 - 0S2 - 0S3$

S.T:

$X_1 + 2X_2 + S1 = 200$

$3X_1 + 2X_2 + S2 = 300$

$X_1 + S3 = 150$

$\mathbf{2X_1, X_2, S_1, S_2, S_3, \geq 0}$

**-تصميم جدوا الحل الاولي على نحوالتالي**

| B.V | $X_1$ | $X_2$ | $S_1$ | $S_2$ | $S_3$ | R.H.S | Ratio |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Z | -30 | -18 | 0 | 0 | 0 | 0 | - |
| $S_1$ | 1 | 2 | 1 | 0 | 0 | 200 | 200 |
| $S_2$ | 3 | 2 | 0 | 1 | 0 | 300 | 100 |
| $S_3$ | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 150 | 150 |

**العنصر المحوري**

**3-ان المتغيرات الداخل هو($X_1$)اكبر قيمة باشارة سالبة(-30)**

**4- إن المتغيرات الخارج ($S_2$)كونة يقابل اقل قيمة موجبة (100)**

**الصف المحوري** | **العمود المحوري** | **العنصر المحوري**

**ملاحظة: تهمل القيم السالب او غير معرفة في جدول النسبة في عمود النسبة**

**5-ان العنصر المحوري هو(3), والتي يمكن الحصول علية من تقاطع العمود المحوري مع الصف المحوري**

**6-يمكن الحصول على المعادلة المحوري من خلال قسمة قيم الصف المحوري (3) أي ان**

***Pivot equation=*** $\left[\frac{3}{3}, \frac{2}{3}, \frac{0}{3}, \frac{1}{3}, \frac{300}{3}\right]=$

$[1, \frac{2}{3}, 0, \frac{1}{3}, 0, 100]$

6- يمكن الحصول على قيم جديدة من الدله الهدف (Z)والمتغيرين (S1 ,S3)على النحو الآتي:

$New(Z)=[-30,-18,0,0,0,0]-(30)*[1, \frac{2}{3}, 0, \frac{1}{3}, 0, 100]$

$=[-30,-18,0,0,0,0]+[30,20,0,10,300]$

$=[0,2,0,10,0,3000]$

$New(S1)=[1,2,1,0,0,200]-(1)*[1, \frac{2}{3}, 0, \frac{1}{3}, 100]$

$=[0, \frac{4}{3}, 1, \frac{-1}{3}, 0, 100]$

$New\ (S3)=[1,0,0,0,1,150]-(-1)*[1, \frac{2}{3}, 0, \frac{1}{3}, 100]$

$=[0, \frac{2}{3}, 0, \frac{-1}{3}, 1, 50]$

نقوم بوضع النتائج السابقة في جدول حل ثاني ,وعلى النحو الآتي:

| B.V | $X_1$ | $X_2$ | $S_1$ | $S_2$ | $S_3$ | R.H.S |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $Z$ | 0 | 2 | 0 | 10 | 0 | 3000 |
| $S_1$ | 0 | 4/3 | 1 | -1/3 | 0 | 100 |
| $X_1$ | 1 | 2/3 | 0 | 1/3 | 0 | 100 |
| $S_3$ | 0 | -2/3 | 0 | -1/3 | 1 | 50 |

8.بما ان جميع معاملا ت $(C_j)$ دالة الهدف الجديدة (Z)في الجدول أعلاه , هي اكبر وتساوي الصفر , أي ان $(C_j \geq 0)$ علية فان الحل الأمثل اللمشكة يكون

$$X_1 = 100, X_2 = 0, Z^* = 3000$$

## "توضيح الشكل (3.4.1)المرتب أعلاه عملية طريقة النمذجة والتحليل في البرمجة الخطية"

لو فترضنا إننا اضفنا متغير او متغيرات جديدة مشكلة الا صلية أعلاه ومعاملات المتغير في القيود الثلاث 3,2 اما معاملا في داله الهدف 25

1.المسالة الأصيلة ( LP Formulation).

التابع الموضوعي :

$Max(.\ Z)=30X_1 + 18X_2$

القيود :

$X_1 + 2X_2 \leq 200$

$3X_1 + 2X_2 \leq 300$

2. الحل الأساسي باستخدام طريقة السمبلكس

بعد حل المسالة بطريق السمبلكس وجدنا ان الحل الأمثال هو:

$X_1 = 100 \quad , X_2 = 0$ , Z=3000

$X_1 \leq 150$

$X_1, X_2 \leq 0$

**3. إعادة تعريف النموذج مع $X_3$**

نفترض ان المتغير الجديد $X_3$ يمثل منتجا جديدة له : مساهم في التابع الموضوعي $C_3 = 25$ استهلاك في الموارد

في القيد الأول : $X_1 + 2X_2 + 3X_3 \leq 200$

في القيد الثاني: $3X_1 + 2X_2 + 2X_3 \leq 300$

القيد الثالث لايتغير: $X_1 \leq 150$.

اذن المسالة تصبح: $Max\ (Z)=30X_1 + 18X_2 + 25X_3$

$$X_1 + 2X_2 + 3X_3 \leq 200$$

$$3X_1 + 2X_2 + 2X_3 \leq 300$$

$$X_1 \leq 150$$

$$X_1, X_2, X_3, \leq 0$$

نلاحظ شكل القيد في نموذج المقابل $3X_1 + 2X_2 \geq 25$ من هاذة المعادلة قيود جديدة نستغرج قيمة $X_3$في

جدول $Z$

$$Z_3 = (0 \times 3) + (0 \times 2) + (0 \times 0) = 0$$

$$0 \geq 25 \ \geq = 25 - 0 = 25$$

قيمة $X3$في جدول $Z$=25

ولفر ض استخراج معاملات المتغير الجديدة $X_3$ في الجدول الاخيره ناخذة المصفوفة تحت المتغيرات المكملة ونضربها مع معاملات المتغيرة في القيود الثلاث

نبدا بتحديث جدولة السمبلكس بعد ادخال $X_3$ :

| B.V | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $S_1$ | $S_2$ | $S_3$ | R.H.S |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Z. | 0 | 0 | 25 | 4/3 | 0 | 10 | 3000 |
| $S_1$ | 1 | 2 | 3 | 1 | 0 | 0 | 200 |
| $S_2$ | 3 | 2 | 2 | 0 | 1 | 0 | 300 |
| $S_3$ | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 150 |

بمان ان $C_3 - Z_3 > 0$ يمكن ان يدخل $X_3$ الى. . الأساسي لتحسين الحل .

4-تحديد المتغيرات الخارج باستخدام *RHS*\المعامل نحسب :

| النسبة | معامل $X_3$ | *RHS* | *B.V* |
|---|---|---|---|
| =66.67 200/3 | 3 | 200 | $S_1$ |
| =150 300/2 | 2 | 300 | $S_2$ |
| غير ممكن | 0 | 150 | $S_3$ |

بمان 66.67 اصغر قيمة, يخرج $S_1$ من الأساس ويدخل $X_3$

5. تحديد الجدول بطريقة جاوس جوردن

نحول الصف الذي يحتوي $S_1$ بحيث يصبح $X_3 = 1$ أي نقسم الصف الأول على 3

نستخدم العمليات الصفية إلالغاء في$X_3$ في باقي الصفوف . بعد الحسابات يصبح الجدول الجديد

| *B.V* | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $S_1$ | $S_2$ | $S_3$ | *R.H.S* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Z* | 0 | 0 | 0 | 4/3 | 0 | 10 | *3166.67* |
| $X_3$ | 1/3 | 2/3 | 1 | 1/3 | 0 | 0 | *66.67* |
| $S_2$ | 2 | 2/3 | 0 | 2/3- | 1 | 0 | *166.67* |
| $S_3$ | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 150 |

6. استخراج الحل الجديد

$$X_1 = 0$$

$$X_2 = 0$$

$$X_3 = 66.67$$

*Z=3166.67*

7. تحليل النتائج

إضافة $X_3$ الى النموذج حسنت القيمة المثلى *Z* (من*3 000* الى *3166.67)*

8.إضافة $X_3$ كانت مفيدة ألانها حسنت الحل من 3000الى*3166.67*

"ملاحظة" إكانت دالة الهدف *Min* سنتكلم عن موجب بدلا من سالب اذا كانت *Max* سالب بدلا مواجب اينما وردت في البحث وذلك عند أستخدام طريقة *M-tech*

# الفصل الرابع :

# تحليل الحساسية في البرمجة الخطية

## 1-3 المقدمة

## 2-3 التغيرات في الطرف الأيمن للقيود (الموارد المتاحة)

## 3-3 التغيرات في معاملات دالة الهدف

## 4-3 التغيرات في معاملات متغيرات القرارفي القيود

## 5-3 إضافة متغير او متغيرات جديدة

## 6-3 إضافة قيود او قيود جديدة

## 1-3 المقدمة Introduction

تكمن أهمية تحليل الحساسية في إنه يعطي دراسته كاملة للمتغيرات الداخلة في النموذج الرياضي بحيث يبقى لنا أكبر عائد أو أقل تكلفة وما هو مدى التغيرات في هذه المتغيرات، فمثلاً إذا حدثت بعض التغيرات في ظروف المشروع، على سبيل المثال حصلت زيادة في الموارد المتاحة كأن تكون زيادة في الوقت المتاح أو في عدد العمال أو إنتاج منتوج جديد أو غير ذلك، مما يتطلب إعادة حل النموذج للمشكلة بعد إضافة المتغيرات الجديدة.

إن مسألة إعادة حل النموذج يكون مرهقاً وقد يحتاج إلى وقت طويل، ولكن يمكننا استخدام طريقة لا تتطلب إعادة الحل بكامله وذلك باستخدام ما يسمى (تحليل الحساسية Sensitivity Analysis ) وقد يسمى أيضاً بتحليل ما بعد الأمثلية analysis Post- optimality ويُعرف بأنه عبارة عن دراسة تأثير التغيرات في مكونات المشكلة على نموذج البرمجة الخطية إذ إننا سنقوم بهذا الفصل بدراسة التغيرات التي تطرأ على مكونات النموذج الأولي وكذلك نعتمد على جدول الحل الأمثل دون اللجوء إلى إعادة الحل بكامله مرة أخرى.

إن أهم التغيرات التي تحدث على نموذج البرمجة الخطية الأولي هي:

1- التغيرات في الطرف الأيمن (الموارد المتاحة).
2- التغيرات في معاملات دالة الهدف.
3- التغيرات في معاملات متغيرات القرار في القيود.
4- إضافة متغير أو متغيرات جديدة.
5- إضافة قيد أو قيود جديدة .

## 2-3 التغيرات في الطرف الأيمن (R.H.S) للقيود

## Changes in the R.H.S of constraints

بهدف توضيح الحالة الأولى المتعلقة بالمتغيرات في الموارد المتاحة نورد المثال الآتي بعد

الحصول على الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية الآتي:

**مثال 1**

$$\text{Max } Z = 5x_1 + 2x_2 + 3x_3$$

s.t

$$x_1 + 5x_2 + 2x_3 \leq 30$$

$$x_1 - 5x_2 - 5x_3 \leq 40$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

عندما تكون المتغيرات $x_3, x_2, x_1$ تمثل عدد الوحدات المنتجة من المنتجات A ، B، C على التوالي، ويكون جدول الحل الأمثل على النحو التالي، وعلى افتراض إن $s_1$ $s_2$ هي متغيرات وهمية

**EX1. From the L.P model, and the optimal solution of this model**

| B.V | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $S_1$ | $S_2$ | B |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $X_1$ | 1 | 5 | 2 | 1 | 0 | 30 |
| $S_2$ | 0 | 0 | -8 | -1 | 1 | 10 |
| Z | 0 | 23 | 7 | 5 | 0 | 150 |

1. Find the optimal solution if the (R.H.S) changes from

$\binom{30}{40}$ to $\binom{35}{40}$

2. Find the optimal solution if the objective function changes from

$(\text{Max } Z = 5x + 2x_2 + 3x_3 \text{ to max } Z = \ 3x_1 + x_2 + 3x_3)$

ان الحل الأمثل لهذه المشكلة هو :

$X_1 = 30, X_2 = 0, X_3 = 0, S_1 = 0, S_2 = 10, \ \ Z = 150$

$Z= 5(x_1) + 2x_2 + 2x_3$

$150 = 5(30) + 2(0) + 3(0)$

$150 = 150$

أي إن المورد الأول (العمل مثلاً) قد ازداد بمقدار 5 وحدات من $\binom{30}{40}$ إلى $\binom{35}{40}$ فإننا لدراسة تأثير هذا التغير على الحل الأمثل للمشكلة نقوم أولاً بالتأكد من إن هذا التغير ليس له أي تأثير في الحل الأمثل ماعدا التغير في الجانب الأيمن وكذلك يجب التأكد من إن قيم صف دالة الهدف سيبقى موجباً أو صفر . نقوم بتعيين مصفوفة المعاملات لمتغيرات الحل الأساسية للحل الأمثل (Bx,,,) في الجدول الأول والتي هي

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

والمعكوس لهذه المصفوفة $B^{-1}$ موجود في جدول الحل الأمثل

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

والتي تمثل مصفوفة المتغيرات المكملة ( م . م . م) والتي تقع أسفل المتغيرات المكملة ( $s_2$ $s_1$ )في جدول الحل الأمثل

لذا فإننا نحصل على قيم المتغيرات الأساسية الجديدة بتطبيق المعادلة الآتية:

$$X_b = B^{-1} * b$$

$X_b$: تمثل عمود المتغيرات الأساسية الناتجة في جدول الحل الأمثل

$B^{-1}$: تمثل مصفوفة المتغيرات المكملة والتي تقع أسفل المتغيرات المكملة في جدول الحل الأمثل

b: تمثل عمود الموارد المتاحة الجديد

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ s_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 35 \\ 40 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 35+0 \\ -35+40 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ s_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 35 \\ 5 \end{bmatrix}$$

نلاحظ إن جميع قيم العمود الناتج موجبة ويعني ذلك إن الحل لا يزال أمثلاً أو ممكناً باستخدام الموارد المتاحة الجديدة.

$$X_1 = 35, X_2 - 0, X_3 - 0, S_1 = 5, S_2 - 0$$

أما قيمة $Z$ فنحصل عليها بالتعويض وكالآتي:

$$Z = 5(35) + 2(0) + 3(0)$$

$$Z = 175$$

أي إن المتغير في عمود الموارد المتاحة $(B)$ سيؤدي إلى تغير جميع القيم في ذلك العمود الموجود في جدول الحل الأمثل.

لو أخذنا نتيجة الحل النموذج المقابل من الجدول الأخير للمثال نحصل على

$$yi = s = 10, y2 = s2 = 0, Z = 150$$

يتبين لنا إن زيادة وحدة واحدة من المورد الأول تؤدي إلى زيادة في دالة الهدف $Z$ بمقدار (5). فعند زيادة المورد الأول في حالتنا بمقدار 5 وحدات، فإن دالة الهدف الجديدة تصبح

$$Z = 5(5) + 150 = 175$$

أما الزيادة في المورد الثاني فإنها لا تحقق أي زيادة في دالة الهدف لأنه قيمة $(y2=s2=0)$ تساوي صفراً.

إن الزيادة في أي مورد من الموارد المتاحة تكون محددة. إذ قد تؤدي الزيادة الكبيرة إلى حل غير أمثل. وبهدف تحديد مقدار الزيادة الممكنة لأي مورد من الموارد تأخذ المثال الآتي:

**مثال 2**

لو افترضنا إن لدينا مشكلة البرمجة الخطية الآتية

$$\text{Max } Z = 30x_1 + 50x_2$$

s.t

$$2x_1 + x_2 \leq 16$$

$$x_1 - 2x_2 \leq 11$$

$$x_1 + 3x_2 \leq 15$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

| **B.V** | $\mathbf{X_1}$ | $\mathbf{X_2}$ | $\boldsymbol{S_1}$ | $\mathbf{S_2}$ | $\mathbf{S_3}$ | **B** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\mathbf{S_3}$ | 0 | 0 | $\frac{1}{3}$ | $\frac{-5}{3}$ | 1 | 2 |
| $\mathbf{X_1}$ | 0 | 1 | $\frac{2}{3}$ | $\frac{-1}{3}$ | 0 | 7 |
| $\mathbf{X_2}$ | 0 | 1 | $\frac{-1}{3}$ | $\frac{2}{3}$ | 0 | 2 |
| **Z** | 0 | 0 | $\frac{10}{3}$ | $\frac{70}{3}$ | 0 | 350 |

$X_1 = 7, X_2 = 2, S_1 = 0, S_2 = 0, S_3 = 2, \qquad Z = 310$

نفرض إن الزيادة هنا في المورد الأول ولتكن $K$ لذا فإن هذه الزيادة تتحقق إذا تحقق الآتي:

$$\begin{bmatrix} S_3 \\ X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{-5}{3} & 1 \\ \frac{1}{3} & \frac{-1}{3} & 0 \\ \frac{-1}{3} & \frac{2}{3} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 16+k \\ 11 \\ 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+\frac{1}{3k} \\ 7+\frac{2}{3k} \\ 2-\frac{1}{3k} \end{bmatrix}$$

يلاحظ إن النتائج أعلاه بأن الزيادة في المورد الأول بمقدار وحدة واحدة تؤدي إلى زيادة قيمة $x_1$ بمقدار$\frac{2}{3}$ وتقليل في قيمة $x_2$ بمقدار $\frac{1}{3}$ لذا يجب التوقف عندما تصبح قيمة المتغير $x_2$ مساوية إلى الصفر وعدم السماح بأن تصبح قيمتها سالبة لأن ذلك يؤدي إلى حل غير ممكن. لذلك يتم استخراج قيمة $k$ من القيمة الأصغر التي تحمل إشارة – سالب) بعد مساواتها بالصفر وكما يلي:

$$2-\frac{1}{3}k=0$$

$$2=\frac{k}{3} \Longrightarrow k=6$$

أي إن أعلى زيادة في المورد الأول هي 6 وحدات لكي يبقى الحل ممكناً. وبنفس الطريقة يمكن أن نحدد الزيادة في أي مورد من الموارد الأخرى. لاحظ إنه في حالة وجود أكثر من مورد تؤثر فيه الزيادة في مورد معين إلى نقصان في قيمته يتم استخراج قيمة $(k)$ منها ومن ثم يتم اختيار أقل قيمة لـ $k$ لغرض اعتمادها.

### 3-3 التغيرات في معاملات دالة الهدف

لو فرضنا ان دالة الهدف في المثال (1) قد تغيرت من

$From\ Max\ Z = 5x_1 + 2x_2 + 3x_3$

$To\ Max\ Z = 3x_1 + x_2 + 3x_3$

لذا فان مشكلة البرمجة الخطية سوف تصبح كما يلي:

$Max\ Z = 3x_1 + x_2 + 3x_3$

$s.t$

$x_1 + 5x_2 + 3x_3 \leq 30$

$x_1 - 5x_2 + 6x_3 \leq 40$

فإن النموذج المقابل للمشكلة أعلاه هو

$\text{Min Z} = 30y_1 + 40y_2$

s.t

$y_1 + y_2 \geq 3 \quad \ldots 1$

$5y_1 - 5y_2 \geq 1 \quad \ldots 2$

$2y_1 - 6y_2 \geq 3 \ldots 3$

$y_1, y_2 \geq 0$

ولغرض إيجاد قيم $y_2, y_1$ نقوم باحتسابها وفق المعادلة

$[y_b] = [X_b][B^{-1}]$

$[y_b]$صف المتغيرات الناتجة في النموذج المقابل

$[X_b]$ صف معاملات دالة الهدف الجديدة مرتبة حسب المتغيرات الناتجة بجدول الحل

الأمثل في دالة الهدف الجديدة.

$[B^{-1}]$ مصفوفة المتغيرات المكملة كما وردت في جدول الحل الأمثل

$[y_1 y_2] = [3 \ \ 0] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = [3+0 \ \ 0+3]$

$[y_1 y_2] = [3 \ \ 0]$

وكما سبق أن أوضحنا بأن التغير في معاملات دالة الهدف يؤدي إلى التغير في صف دالة الهدف كجدول الحل الأمثل فإننا بحاجة لحساب معامل $x_1$ ومعامل $x_2$ في جدول الحل الأمثل وهو يساوي الفرق بين الطرف الأيسر للقيد الأول والطرف الأيمن (الثابت) للنموذج المقابل وكما يلي:

$$Coefficient\ of\ X_i = (constraint)_i - B$$

$$Coefficient\ of\ X_1 = (y + y2) - 3 = (3 + 0) - 3 = 0$$

$$Coefficient\ of\ X_2 = (5y, -5y2) - 1 = (15 - 0) - 1 = 14$$

$$Coefficient\ of\ X_3\ (2y1 - 6y2) - 3 = (6 - 0) - 3 = 3$$

أما قيمة دالة الهدف الجديدة فيمكن الحصول عليها كالآتي

$$Max\ Z = 3X_1 + X_2 + 3X_3 = 3(30) + 0 + 0 = 90$$

والبيانات موضحة في الجدول أدناه:

| **B.V** | $\mathbf{X_1}$ | $\mathbf{X_2}$ | $\mathbf{X_3}$ | $\mathbf{S_1}$ | $\mathbf{S_2}$ | **B** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\mathbf{X_1}$ | 1 | 5 | 2 | 1 | 0 | 30 |
| $\mathbf{S_2}$ | 0 | 0 | -8 | -1 | 1 | 10 |
| Z | 0 | 14 | 3 | 3 | 0 | 90 |

ولايجاد مدى التغير في معاملات دالة الهدف الواردة في مثال (2) للمتغيرات الاساسية اولا

$X_1, X_2$ فإننا نقوم بافتراض ثبات قيمة معامل $X_2$ وان معامل $X_1$ هو C للنموذج الوارد في المثال (2) اعلاه

### 4-3 التغيرات في معاملات متغيرات القرار في القيود

***Changes in the technological coefficients of decision variable***

إن التغيرات في معاملات متغيرات القرار يؤثر مباشرة على عناصر مصفوفة الحل والتي تؤدي إلى التعقيد في الحسابات ويمكن أن تؤشر على الجانب الأيسر لقيود المشكلة المقابلة المتعلقة بها.

وقد تجعل من الحل الحالي للمشكلة حل غير ممكن أو غير مثالي وعليه فإن تحليل الحساسية في هذه الحالة لن يعطي بيانات مباشرة فيما يتعلق بمثالية أو إمكانية حل المشكلة ولذلك يفضل إعادة حل المشكلة أو حل نموذج البرمجة الخطية من الأساس باستخدام طريقة *Simplex method* وبعد ذلك ستحصل على متغيرات أساسية ومتغيرات غير أساسية جديدة وفقاً لوصولنا لحل آخر.

**5-3 إضافة متغير أو متغيرات جديدة**

***Addition of anew variable (variables)***

لو افترضنا إن النموذج المقابل للمثال (2) السابق ذكره

$$Min\ Z = 16y_1 + 11y_2 + 15y_3$$

$$s.t$$

$$2y_1 + y_2 + y_3 \geq 235$$

$$y_1 + 2y_2 + 3y_3 \geq 55$$

$$y_1, y_2, y_3 \geq 30$$

فإذا افترضنا بأننا قمنا بإضافة متغير جديد $(x3)$ للمشكلة الأصلية. بحيث إن معاملات المتغير في القيود الثلاثة هي 4 ,12 ,3 على التوالي أما معاملة في دالة الهدف فهو يساوي 40. نلاحظ بأن شكل القيد في النموذج المقابل يظهر كالآتي:

القيد الجديد $4y_1 + 2y_2 + 3y_3 \geq 40$

إن الحل الأمثل للنموذج السابق في جدول الحل الأمثل هو :

$$y_1 = \frac{10}{3}, y_2 = \frac{70}{3}, y_3 = 0$$

لو عوضنا هذه القيم بالقيد الجديد أعلاه فإننا نحصل على الآتي:

$$4\left(\frac{10}{3}\right)+2\left(\frac{70}{3}\right)+3(0)\geq 40$$

$$60\geq 40$$

أي إن القيد يتحقق مع قيم الحل الأمثل للنموذج

ولغرض استخراج (حساب) معاملات المتغير الجديد $(x_3)$ في الجدول الأخير يتم ذلك كالآتي:

$$x_3=\begin{bmatrix}\frac{1}{3} & \frac{-5}{3} & 1\\ \frac{2}{3} & \frac{-1}{3} & 0\\ \frac{-1}{3} & \frac{2}{3} & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4\\2\\4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\2\\0\end{bmatrix}$$

اما النتائج في جدول الحل الأمثل الأخير فتظهر كما في الجدول ادناه

| **B.V** | $\mathbf{X_1}$ | $\mathbf{X_2}$ | $\mathbf{X_3}$ | $\boldsymbol{S_1}$ | $\mathbf{S_2}$ | $\mathbf{S_3}$ | **B** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\mathbf{S_3}$ | 0 | 0 | 1 | $\frac{1}{3}$ | $\frac{-5}{3}$ | 1 | 2 |
| $\mathbf{X_1}$ | 0 | 1 | 0 | $\frac{2}{3}$ | $\frac{-1}{3}$ | 0 | 7 |
| $\mathbf{X_2}$ | 0 | 1 | 0 | $\frac{-1}{3}$ | $\frac{2}{3}$ | 0 | 2 |
| **Z** | 0 | 0 | 20 | $\frac{10}{3}$ | $\frac{70}{3}$ | 0 | 310 |

نلاحظ في الجدول إن الحل لا يزال مثالياً وذلك لأن معامل $X_3$ في الصف $Z$ موجب. أما لو فرضنا إن معامل $X_3$ في دالة الهدف هو 65 ، نجد إن شكل القيد في النموذج المقابل سيكون كالآتي:

ولو عوضنا قيم الحل الأمثل للنموذج المقابل في القيد الجديد نحصل على

$$4y_1 + 2y_2 + 3y_3 \geq 65$$

$$4\left(\frac{10}{3}\right) + 2\left(\frac{70}{3}\right) + 3(0) \geq 65$$

$$60 \geq 65$$

أي إن القيد لا يتحقق مع قيم الحل الأمثل للنموذج.

أما النتائج في الجدول الأمثل الأخير فتظهر كما في الجدول الآتي:

| **B.V** | $\mathbf{X_1}$ | $\mathbf{X_2}$ | $\mathbf{X_3}$ | $\boldsymbol{S_1}$ | $\mathbf{S_2}$ | $\mathbf{S_3}$ | **B** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\mathbf{S_3}$ | 0 | 0 | 1 | $\frac{1}{3}$ | $\frac{-5}{3}$ | 1 | 2 |
| $\mathbf{X_1}$ | 1 | 0 | 2 | $\frac{2}{3}$ | $\frac{-1}{3}$ | 0 | 7 |
| $\mathbf{X_2}$ | 0 | 1 | 0 | $\frac{-1}{3}$ | $\frac{2}{3}$ | 0 | 2 |
| **Z** | 0 | 0 | -5 | $\frac{10}{3}$ | $\frac{70}{3}$ | 0 | 310 |

نلاحظ إن الحل لا يتحقق لأن معامل $x_3$ في الصف $Z$ سالب ومقداره (5) كما هو واضح في الجدول. لذلك ولغرض الحصول على الحل الأمثل سنقوم باختيار $x_3$ كمتغير داخل وتكملة الحل لحين الوصول إلى الحل الأمثل.

### 6-3 إضافة قيد أو قيود جديدة

### *Addition of new constraint (constraints)*

بهدف دراسة تأثير إضافة قيد جديد إلى مشكلة البرمجة الخطية وفي حالة تحقيق هذا القيد باستخدام قيم الحل الأمثل يمكن في هذه الحالة اعتبار هذا القيد قيداً فائضاً لا يؤثر على الحل الأمثل.

مثلاً لو فرضنا إن القيد المراد إضافته للمثال رقم (2) هو القيد

$$x_1 + 4x_2 \leq 16$$

وبالتعويض عن قيم $x_1$ ، $x_2$ الواردة في جدول الحل الأمثل نحصل على

$$7 + 4(2) \leq 16$$

$$15 \leq 16$$

لذا نجد إن القيد يتحقق وعليه يمكن اعتبار هذا القيد فائضاً لا تأثير له على الحل. أما إذا فرضنا إن القيد الجديد هو الآتي:

$$x_1 + 4x_2 \leq 13$$

وبتعويض قيم $x_2$، $x_1$نحصل على

$$7 + 4(2) \leq 13$$

$$15 \leq 13$$

هنا نلاحظ إن القيد أعلاه لا يتحقق.

ولغرض دراسة تأثير هذا القيد على المشكلة يتم إضافة القيد الجديد وهو

$$x_1 + 4x_2 + \ldots + s_4 = 13$$

إلى الجدول الأخير للمشكلة بعد استخراج قيم $x_2$، $x_1$وتعويضهما في القيد الجديد للحصول على قيم الصف و الذي يتضمن معاملات الصف المطلوب إيجادها وكالآتي:

صف $x_1$ في الجدول هو

$$X_1 + \left(\frac{2}{3}\right)S_1 - \left(\frac{1}{3}\right)S_2 = 7$$

حصل معادلة $X_1$ بدلالة بقية المتغيرات

$$X_1 = 7 - \left(\frac{2}{3}\right)S_1 - \left(\frac{1}{3}\right)S_2$$

كذلك بالنسبة إلى $X_2$ حيث

$$X_2 - \left(\frac{1}{3}\right)S_1 + \left(\frac{2}{3}\right)S_2 = 2$$

$$X_2 = 2 + \left(\frac{1}{3}\right)S_1 - \left(\frac{2}{3}\right)S_2$$

وبتعويض قيم $X_2$، $X_1$ في القيد الجديد نحصل على

$$\left[7 - \left(\frac{2}{3}\right)s_1 + \left(\frac{1}{3}\right)s_2\right] + 4\left[2 + \left(\frac{1}{3}\right)s_1 - \left(\frac{2}{3}\right)s_2\right] + s_4 = 13$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)s_1 - \left(\frac{7}{3}\right)s_2 + s_4 = -2$$

| **B.V** | $\mathbf{X_1}$ | $\mathbf{X_2}$ | $\boldsymbol{S_1}$ | $\mathbf{S_2}$ | $\mathbf{S_3}$ | $\mathbf{S_4}$ | **B** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\mathbf{S_3}$ | 0 | 0 | $\frac{1}{3}$ | $\frac{-5}{3}$ | 1 | 0 | 2 |
| $\mathbf{X_1}$ | 1 | 0 | $\frac{2}{3}$ | $\frac{-1}{3}$ | 0 | 0 | 7 |
| $\mathbf{X_2}$ | 0 | 1 | $\frac{-1}{3}$ | $\frac{2}{3}$ | 0 | 0 | 2 |
| $\boldsymbol{S_4}$ | 0 | 0 | $\frac{2}{3}$ | $\frac{-7}{3}$ | 0 | 1 | -2 |
| **Z** | 0 | 0 | $\frac{10}{3}$ | $\frac{70}{3}$ | 0 | 0 | 310 |

من الجدول نلاحظ إن عمود الثابت **B** يحتوي على قيمة سالبة مما يجعل الحل غير ممكن ويتطلب ذلك تطبيق الطريقة المبسطة للنموذج المقابل Dual simplex method للتخلص من قيمة $\boldsymbol{S_4}$ السالبة.

...

**ألا ستنتاجات:**

**من خلال ما تقدم، وبالاستعانة بالدرسات السابقة نجد إن إضافة قيود جديدة إلى مشكلة البرمجة الخطية في الوقت الذي نرغب فيه بإنتاج منتج جديد يتحدد بالمتجهين و حيث**

$$b_{3.1} \text{ و } - \ C_{3.1}$$

**فإذا كان:**

**ا :جميع قيم $C_{3.1}$- و $b_{3.1}$ موجبة فليس للقيود الجديدة تأثير على الحل الأمثل ، ولا توجد فرصة اقتصادية لإنتاج منتج جديد ، أي لا توجد حاجة لإعادة الحل من جديد.**

**ب: إذا وجدت قيم سالبة في المتجه $C_{3.1}$- وكانت جميع قيم المتجه $b_{3.1}$ غير سالبة، يجب توسيع أساس الحل الأمثل بإدخال عناصر جديدة م ن المتجه .$X$.؟ لايجب توسيع أساس الحل الأمثل في هذه الحاله لأن لاتوجد فائدة من إدخال عناصر جديدة في الأ ساس لأن الحل الأمثل الحالي لا يتأثر ولايمكن تحسينة بإضافة هذه المتغيرات أو القيود**

**ج :إذا وجدت قيم سالبة في المتجه $b_{3.1}$ وقيم سالبة في المتجه $C_{3.1}$-يجب إعادة الحل من جديد؟ يجب إعادة الحل لأن: القيود الجديدة سالبة تعني أن الحالي لم يعد صالحا (أصبح غير ممكن )**

**د : إذا وجدت قيم سالبة في المتجه $b_{3.1}$ وكانت جميع قيم المتجه $C_{3.1}$-غير سالبة ، يجب إعادة الحل من جديد ، وتغيير أساس الخل الأمثل ؟، لأن للقيود الجديدة تأثيرا على أساس الحل الأمثل.**

**$C_{3.1}$. إضافة متغيرات الى دالة الهدف بعد الحل الأمثل**

**$b_{3.1}$ . إضافة قيود بعد الحل الأمثل**

**$X$ . معامل دالة الهدف**

## المراجع. *References*


**أ.م.د عواد كاظم ,شعلان /تحليل الحساسية في البرمجة الخطية إضافة متغيرات جديدة وقيود / المجلة العراقية للعلوم الأدرية /سنة 2002**

**أ.رند عمران الأسطل /بحوث العمليات والأساليب الكمية في صنع القرارات الأدرية /سنة 2016**

**د. عفاف علي حسن الدش/ بحوث العمليات واتخاذ القرارات / 2012**

**د. عبد الجبار بخيت ,د.سعد احمد عبد الرحمان النعيمي , د. عباس حسين بطيخ /بحوث العمليات /سنة 2015**

**د. احمد حاتم عبدالله / بحوث العمليات / سنة 2018**

**د. رعد العبيدي "مبادئ البرمجة الخطية " /بحوث العمليات**

**م.د شهباء محمد يوسف /بحوث العمليات / سنة 2021**

**عبد الستار أحمد محمد الآ لوسي / أساليب بحوث العمليات الطرق الكمية المساعدة في أتخاذ القرارات / سنة 2003**

**بحث سابق إعداد الباحث /محمد علي يوسف /تحليل الحساسية في البرمجة الخطية /سنة 2015**


.....

## *مصادر الأجنبية*


***Yves Noobert ,Roch ouellet,Reges parent (1995).Operational Research.Gaitan Morin publisher,p.170***