جمهورية العراق
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة ميسان – كلية التربية الأساسية
قســـــم الرياضـــــيات

حل مشكلة التخصيص في بحوث العمليات باستخدام الخوارزمية الهنكارية

بحث
مقدم الى مجلس كلية التربية الأساسية في جامعة ميسان
كجزء من متطلبات الحصول على درجة البكالوريوس في الرياضيات

من قبل

حسن مزهر راشد علي
منتظر عبدالزهرة محيبس فاطمة عبدالحسين فرحان

بأشراف
م.م حيدر مجيد حمادي , م.م لمياء صبيح عاشور

1447 هـــ 2026 م

أقرار المشرف

الباحثون:- حسن مزهر راشد علي , منتظرعبدالزهرة محيبس , فاطمة عبدالحسين فرحان

القسم:- الرياضيات

عنوان البحث:- حل مشكلة التخصص بالطريقة الهنكارية

أشهد ان البحث الموسوم

"....."

تم دراسته بأشرافي , وأن الباحثون أخذا بالتوجيهات العلمية التي من شأنها اظهار البحث بالصورة المتكاملة , وأصبح جاهز للمناقشة من الناحيتين العلمية واللغوية.

التوقيع :-

المشرف:- م.م حيدر مجيد حمادي , م.م لمياء صبيح عاشور

اللقب العلمي :-

التاريخ:- / / 2026

التوقيع:-

رئيس القسم:- سامي عطية سيد

اللقب العلمي:-

التاريخ:- / / 2026

الاية القرآنية

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

((لَا تُدْرِكُهُ الْأَبْصَارُ وَهُوَ يُدْرِكُ الْأَبْصَارَ ۖ وَهُوَ اللَّطِيفُ الْخَبِيرُ))

صدق الله العلي العظيم

آية 103 / سورة الأنعام

الأهداء

- إلى الخالق البارئ، جلت قدرته.. الذي أنار بصيرتي ومنحني القوة والصبر لإتمام هذا المسعى، إليك ربي أرفع شكري وحمدي أولاً وآخراً.

- إلى شمس الوجود وبقية الله في أرضه.. سيدي ومولاي صاحب العصر والزمان "الإمام المهدي المنتظر" (عجل الله فرجه الشريف)، إليك يا مولاي أهدي هذا الجهد المتواضع، راجياً القبول والنظر بعين الرضا.

- إلى من تحت قدميها الجنان.. إلى نبع الحنان وسر الوجود، التي رافقتني بدعائها في كل خطوة، "والدتي الغالية" حفظها الله.

- إلى من حمل الصعاب لأرتقي.. إلى من علمني أن الكفاح سر النجاح، وسندي في هذه الحياة، "والدي العزيز" أطال الله في عمره.

- إلى من بهم يشتد العضد.. إخوتي وأخواتي، شركاء الدرب ورفقاء الروح

- إلى من شاركوني اللحظات والمواقف.. أصدقائي الأوفياء وكل من ساندني بكلمة طيبة.

نبدي هذا الجهد البسيط.....

الشكر والامتنان

الحمد لله الذي وفقنا لنهل العلم ويسر لنا سبل المعرفة، وبعد..

انطلاقاً من قوله (ص): "من لم يشكر المخلوق لم يشكر الخالق"، أتقدم بوافر الشكر وعظيم الامتنان إلى الأستاذ المشرف (م.م حيدر مجيد حمادي , م.م لمياء صبيح عاشور)، الذي كان لملاحظاتهم العلمية الدقيقة وتوجيهاتهم الأبوية الأثر الكبير في تقويم هذا البحث وإخراجه بهذه الصورة.

كما أتقدم بالشكر الجزيل إلى عمادة كليتنا الموقرة ورئاسة قسم الرياضيات في جامعة ميسان، وإلى جميع أساتذتي الأفاضل الذين غرسوا فينا حب العلم طيلة سنوات الدراسة. ولا يفوتني أن أشكر كل من قدم لي يد العون والمساعدة من قريب أو بعيد لإتمام هذا البحث.

المستلخص

يهدف هذا البحث إلى دراسة مشكلة التخصيص (Assignment Problem) بوصفها إحدى أهم تطبيقات بحوث العمليات، مع التركيز على حلها باستخدام الطريقة الهنكارية باعتبارها من أكثر الأساليب كفاءة في الوصول إلى الحل الأمثل .

تناول البحث في جانبه النظري مفهوم البرمجة الخطية ودورها في تحسين استغلال الموارد المحدودة، إضافة إلى عرض نشأة بحوث العمليات وتطورها التاريخي وأهم تطبيقاتها في المجالات الاقتصادية والصناعية والخدمية. كما تم توضيح مكونات النموذج الرياضي للبرمجة الخطية والمتمثلة في دالة الهدف، متغيرات القرار، والقيود، مع بيان أهم طرق الحل المستخدمة .

وفي الجانب التطبيقي، تم التركيز على مشكلة التخصيص بوصفها حالة خاصة من نماذج البرمجة الخطية، حيث تم استخدام الطريقة الهنكارية لإيجاد الحل الأمثل الذي يحقق أقل تكلفة أو أعلى كفاءة ممكنة في توزيع الموارد. وتم توضيح خطوات هذه الطريقة بشكل منهجي، مع تطبيقات عملية تبين فاعليتها مقارنة بالطرق التقليدية.

توصل البحث إلى أن الطريقة الهنكارية تتميز بالبساطة والدقة والقدرة على تقليل الجهد الحسابي، مما يجعلها أداة فعالة في اتخاذ القرارات المثلى، خصوصًا في المسائل التي تتطلب تخصيص الموارد المحدودة بكفاءة عالية. كما أكد البحث أهمية استخدام الأساليب الكمية الحديثة في تحسين جودة القرارات الإدارية والاقتصادية.

جدول المحتويات

الموضوع	رقم الصفحة
إقرار المشرف	ب
الاية القرآنية	ج
الاهداء	د
الشكر والامتنان	ه
المستلخص	و
جدول المحتويات	1-2
الفصل الأول	**3-4**
مشكلة البحث	4
أهمية البحث	4
مقدمة البحث	4
نبذة تاريخية	5
دراسات سابقة	6
الفصل الثاني	**7-8**
مقدمة	8
تطور بحوث العمليات	9
استخدام تقنية المعلومات	9
تعريف البرمجة الخطية	10
مكونات البرمجة الخطية	10
الصيغة العامة للبرمجة الخطية	11
طرائق حل انموذج البرمجة الخطية	12
صياغة نموذج التخصيص	19
أنواع مسائل التخصيص	20
الفصل الثالث	**24-25**
حل نموذج التخصيص	25
الطريقة الهنكارية	25
الخطوات المتبعة في تطبيق الطريقة الهنكارية	25

الفصل الرابع	30-32
النتائج	30
التوصيات	30
المراجع	32

الفصل الأول

المحتويات

1-1 أهمية البحث

2-1 مشكلة البحث

3-1 مقدمة البحث

4-1 نبذة تاريخية

5-1 الدراسات السابقة

الفصل الأول

1-1 أهمية البحث

تنبع أهمية هذا البحث من الأهمية التطبيقية الواسعة لمشكلة التخصيص في مختلف المجالات، ولا سيما في المجالات الإدارية والاقتصادية والهندسية، حيث تتطلب هذه المجالات اتخاذ قرارات دقيقة تتعلق بتوزيع الموارد المحدودة على الأنشطة المختلفة. وتتجلى أهمية البحث في كونه يركز على الطريقة الهنكارية بوصفها إحدى أكثر الطرق كفاءة في حل مشكلة التخصيص، إذ تمتاز بقدرتها على الوصول إلى الحل الأمثل بأسلوب منظم ودقيق. كما يسهم هذا البحث في إبراز دور النماذج الرياضية في دعم عملية اتخاذ القرار، من خلال توفير حلول عملية قابلة للتطبيق في الواقع. فضلاً عن ذلك، يساعد هذا البحث في تقليل الجهد والوقت المبذولين في حل مثل هذه المشكلات، ويوفر إطاراً علمياً يمكن الاستفادة منه في تحسين كفاءة الأداء في المؤسسات المختلفة

2-1 مشكلة البحث

تُعدّ مشكلة التخصيص (Assignment Problem) من المشكلات الأساسية في بحوث العمليات، لما لها من دور مهم في تحقيق الاستخدام الأمثل للموارد المتاحة. وتتمثل هذه المشكلة في إيجاد أفضل طريقة لتخصيص مجموعة من الموارد إلى مجموعة من المهام بحيث يتم تحقيق هدف معين، كتصغير الكلفة أو الزمن أو تعظيم الكفاءة. وتبرز مشكلة البحث في أن الأساليب التقليدية أو الاجتهادية في توزيع الموارد غالباً ما تؤدي إلى حلول غير مثلى، مما ينعكس سلباً على كفاءة الأداء ويؤدي إلى هدر في الوقت والتكاليف. لذا، أصبح من الضروري اعتماد أساليب رياضية دقيقة وفعّالة لمعالجة مثل هذه المشكلات.

3-1 مقدمة البحث

تعد البرمجة الخطية (Linear programming) واحدة من أهم وأبرز تطبيقات علم بحوث العمليات وتصنف علمياً كفرع رئيسي من فروع البرمجة الرياضية ويعتبر علم البرمجة الخطية من العلوم الرياضية الحديثة التي تبلورت في منتصف القرن العشرين، وقد مر بعدة محطات تاريخية فارقة عام 1935م قدم العالم " فون نيومان " أول نموذج خطي للاقتصاد المتطور الحرب العالمية الثانية نشطت الابحاث العلمية في الاقتصاد الامريكي) مثل أعمال ليونسيف في الدخل والاتفاق (وظهرت حاجة ملحة لدى القوات الجوية الأمريكية لحل مسائل معقدة تتعلق بالقيم العظمى والصغرى للدوال الخطية لإدارة الموارد العسكرية بكفاءة أن سنة 1947 م الانطلاقة

الحقيقية لهذا العلم، حيث استطاع العالم جورج دانترج" تطوير " طريقة السمبلكس " وتكمن أهمية هذا الاكتشاف في ايجاد صيغة عامة وشاملة لحل مسائل البرمجية الخطية ، أتاحة المجال لمعالجة المتغيرات المتعددة التي كان من المستحيل حلها يدوياً في السابق ، شهدت البرمجة الخطية تحولاً كبيراً في نطاق أستخدامها ففي بداياتها كان استخدامها مقتصراً على الشركات العملاقة ، مثل شركات البترول ، نظراً للتكاليف العالمية والجهد البحثي المقلوب، وذلك بفضل الدعم الكبير من العلماء والشركات الكبرى وتطور التقنية ، أصبح بالإمكان تطبيق نماذج البرمجة الخطية في الشركات الصغيرة والمتوسطة آن البرمجة الخطية اليوم ليست مجرد نظرية رياضية، بل هي أداة استراتيجية تمكن المؤسسات بمختلف أحجامها من الوصول الى الاستخدام الأمثل للموارد المتاحة وتحقيق أقصى قدر من الأرباح أو أقل قدر من التكاليف [2]

4-1 نبذه تاريخية

خلال الحرب العالمية الثانية، ونتيجة محدودية الموارد العسكرية ، كلفت الحكومة البريطانية فريقاً من كبار العلماء دراسة مسائل كيفية توزيع مواردها العسكرية ، وما يتناسب مع أفضل وضع دفاعي جوي وبري، ولقد أطلق على دراسات هذا الفريق أسم بحوث العمليات أو البحث العملياتي . ثم أخذت هذه التسميه تطلق على كافة الأبحاث والدراسات التي تتعامل مع مسائل البرمجة أو التوزيع ومسائل اتخاذ القرار. وقد حثت النتائج المشجعة لفريق بحوث العمليات البريطاني الاداره العسكرية الجوية الأمريكية على تكوين فريق مشابة للقيام بالدراسات اللازمة في هذا المجال. فقد وجدت هذا الفرق أن أساليب مسائل التفضيل التقليدية، كطريقة مضاريب لا غرانج مثلاً ، ليست ذات فائدة كبيرة في حل مسائل البرمجة الخطية مما أستوجب أيجاد أساليب أكثر فاعلية في عام 1947م حين طور جورج دان ترج عضو الفريق الأمريكي بحوث العمليات الطريقة المبسطة (السمبلكس) لحل مسألة البرمجة الخطية لكن لم تنشر تفاصيل هذه الطريقة إلا في عام 1956 م . وبعد نشر الطريقة المبسطة (السمبلكس) حدث تسارع كبير في استخدام وتطوير البرمجة الخطية . ومن المشاركات التطويرية المهمة في ذلك المجال اعمال جال Gal التي قام بها وحدة أو بمشاركة آخرين معه اذ قاموا بصوغ المسألة الثنائية لمسألة البرمجة الخطية . وحالياً تستخدم البرمجة الخطية في مختلف المجالات الصناعية والاقتصادية والخدمية والعسكرية، وحيثما توجد عدة مراد محدودة الكمية مشتركة في تشكيل أو أنتاج سلعة أو تقديم خدمة معينه [1]

5-1 الدراسات السابقة

1- في عام 1979 م قام الباحثون (Angl J. Mehta, Ahmed KoRifai) بتقديم بحث وهذا البحث يركز على اجراء مقارنة بين اسلوبين رياضيا هما البرمجة الخطية وبرمجة الاهداف فيما يتعلق بمشاكل نماذج التخصيص ويمكن تلخيضها او تلخيص فروقاتها الجوهرية ونبدأها بالبرمجة الخطية وهي يتم تقديمها كأسلوب ابسط او طريقة مبسطة وسهلة الشرح وكذلك يمكن شرح مبادئها للطلاب بسهولة والتي تهدف في مجملها الى تحقيق هدف واحد فقط مثل (تعظيم الارباح او تقليل التكلفة) اما بالنسبة لبرمجة الاهداف فهي يتم تقديمها كأداة او وسيلة متطورة وهي اكثر تقدماً ومرونة صممت خصيصاً للتعامل مع المشكلات التي تتضمن اهدافاً متعددة التي لا يمكن للبرمجة الخطية حلها وتحديداً تلك التى تتضمن اهدافاً متعددة ومتضاربة في ان واحد ومن خلال هذا نستلخص أن البرمجة الخطية مناسبة للمشكلات ذات الهدف الواحد الواضح بينما برمجة الاهداف هي الاداة الافضل والأكثر فعالية للمشكلات المعقدة التي تتطلب : تحقيق اهداف متعددة في نفس الوقت [9]

2- في عام 2008 م قدم الباحثان (Masedu , Angelozzi) بحثاً جرى فيه استخدام البرمجة الخطية لايجاد الحل الامثل لمشكلة التخصيص في مجال العاب الساحة والميدان لاختيار افضل اللاعبين لسباق تتابعي وكان الحل باستخدام البرمجة الخطية وتطبيق النموذج الرياضي للبرمجة الخطيه لمشكلة التخليص في البرنامج (LINDO) وكانت النتائج بتخصيص اللاعبين الاقل وقت حسب دالة الهدف المستعمله [10]

3- في عام 2011 م قدم الباحث الحميد بحثاً تضمن البحث بناء نموذج رياضي خطي لكل مشكلات تخصيص الاعمال على المكائن وتم حل النماذج المقترحة باستعمال الطريقة المبسطة (method sinmplex) وقد اخذ الباحث ثلاث حالات ليوضح عملية تخصيص الاعمال على المكائن لغرض التاكد من صحة النتائج ودقتها حيث اعطت هذه الحالات نتائج متسائلة [3]

الفصل الثاني

المحتويات

2-1 مقدمة

2-1-1 تطور بحوث العمليات

2-1-2 استخدام تقنية المعلومات

2-2 تعريف البرمجة الخطية

2-3 مكونات البرمجة الخطية

2-4 الصيغة العامة للبرمجة الخطية

2-5 طرق حل البرمجة الخطية

2-5-1 الطريقة البيانية

2-5-2 الطريقة المبسطة

2-6 مقدمة التخصيص

2-7 صياغة نموذج التخصيص

2-8 أنواع مسائل التخصيص

الفصل الثاني

1-2 مقدمة

ان البحث عن نشأة بحوث العمليات يستلزم منا التطرق إلى ما قبل الحرب العالمية الثانية ففي عام 1914م نشر العالم البريطاني لانكستر (Lanchester) بحثا يبين فيه العلاقة بين التفوق في مقدرة الانسان وفعالية السلاح الذي يمتلك، وفي الولايات المتحدة الأمريكية قام العالم المعروف توماس أديسون (T.Edison) بإيجاد الطرق الاكثر فعالية لمناورات السفن خلال الحرب العالمية الأولى والتي من شأنها أن تقلل الخسائر لدى مواجهة الغواصات المعادية، وفي سنة 1917م قام المهندس الدانيماركي إيرلنج (Eilang) بنشر أبحاث مهمة تتعلق بتسيير استخدامات الهاتف لسكان مدينة كوبينهاغن، وقد أعتبر عمله الأساس الرياضي لما يسمى نظرية صفوف الإنتظار . كان الاستخدام الرسمي والتطبيق الفعال لطرق التحليل الكمي لبحوث العمليات أساسا في القرن العشرين حيث بدأ الاهتمام ببحوث العمليات خلال الحرب العالمية الثانية أن تكون أول فريق متكامل لبحوث العمليات في قيادة القوات الجوية الملكية البريطانية في ستانمور في عام 1939م، وكانت المشكلة الأساسية التي واجهت فريق بحوث العمليات هي كيفية إدماج نظم الرادار الجديدة في النظم التقليدية لمراقبة مسرح العمليات الي كانت قائمة على مجموعة من الجنود المدربين على الاستطلاع بالنظر، وتحديد الطائرات المعادية والإبلاغ عنها وفي الوقت نفسه ثم اعداد دراسات أخرى لتحليل التباين في كفاءة أداء محطات الإنذار المختلفة، وترتب عن هذه الدراسات وضع اسلوب علمي لصد الهجوم الألماني الجوي باستغلال الموارد المحدودة من الرجال والمعدات وتحويل بريطانيا من الدولة المدافعة إلى الدولة المهاجمة، وكانت النتائج التي حققها هذا الفريق هامة، فمن خلال التقدم الكبير الذي أحرزته المجموعة البريطانية اتسعت رقعة تطبيق بحوث العمليات لتشمل جميع قوات الحلفاء في أوائل سنة 1941.

قامت إدارة الحرب الأمريكية بإجراء دراسات مماثلة والاهتمام بهذا المنهج العلمي، لتقوم عام 1942م ببحث حول مشكلات الرادار في القوات الجوية الأمريكية ليمتد بعد انتهاء الحرب العالمية الثانية، ويشمل المجالات الإدارية والاقتصادية والهندسية وغيرها، حيث تم استثمار النجاح الكبير الذي حققته الإدارات العسكرية في بريطانيا وأمريكا في نمذجة المسائل العسكرية وهذا بنمذجة المسائل الإدارية، ثم زاد الاهتمام بهذا العلم من خلال القيام بعملية تدريب مجموعة من الباحثين على الأساليب المختلفة لبحوث العمليات في جامعة برنستون ومعهد ماسوشستر للتكنولوجيا تبعها بعد ذلك إنشاء الدول المتقدمة لمراكز بحوث متخصصة تظم متخصصين من جميع العلوم وهذا من أجل إيجاد الحلول المثلى للمشكلات التي كانت تواجههم [7]

1-1-2 تطور بحوث العمليات

هناك عاملان أساسيان أديا إلى هذا التطور السريع في أستخدام بحوث العمليات ؟

العامل الأول: يتمثل أساسا في التطور السريع في علم ونظريات بحوث العمليات الذي نتج عن اتجاه كثير من العلماء بعد الحرب لتطوير أساليبه وطرقه والبحث فيه ومن أمثلة هؤلاء العلماء جورج دانترج الذي طور الطريقة المبسطة أو طريقة السمبلكس عام 1947، وقبل نهاية الخمسينات كانت غالبية الأدوات والمجالات المختلفة لبحوث العمليات قد تم تطويرها والعمل بها؛

العامل الثاني: الذي ساعد على نمو وتطور بحوث العمليات هو تطور الإعلام الالي، وإمكانياته الهائلة التي فرضها على العلوم المختلفة أدى إلى تقدم سريع في بحوث العمليات، هذا التطور أعان الباحثين ومتخذي القرار على علاج وحل المسائل في مختلف المستويات وفي شتى الميادين والتي كان يصعب بل يستحيل تناولها [7]

2-1-2 استخدام تقنية المعلومات

يتطلب تطبيق بحوث العمليات تجميع كميات كبيرة جداً من البيانات وتنظيمها وتحليلها وإجراء عمليات رياضية كثيرة ومعقدة عليها، مما يشكل عائقاً رئيسياً أمام انتشار تطبيقات بحوث العمليات. وبخاصة فإن معظم أساليب بحوث العمليات تتطلب إعادة الحسابات وتحديثها عند حدوث أي تغيير أو تطور جديد في ظروف الظاهرة ومعطياتها. وهذا يعني عملياً استحالة تطبيق بحوث العمليات بالكفاءة والفاعلية المطلوبة باستخدام أنظمة المعالجة اليدوية التقليدية. ومن هنا برزت أهمية استخدام التقنية الحديثة للمعلومات، ودورها في نشر تطبيقات بحوث العمليات على نطاق واسع. فقد ساعدت هذه التقنية، وبشكل خاص الحواسيب وأنظمة المعلومات الإدارية المحوسبة وأنظمة الاتصالات، على تخزين كميات كبيرة من المعلومات ومعالجتها ونقلها إلى المستفيدين منها بسرعة هائلة. ما ساعدت على بناء نماذج رياضية أكثر تعقيداً تضم مئات المتغيرات والمعادلات،

- توفر بحوث العمليات إمكانية القياس الكمي للظواهر المختلفة (عواملها ومتغيراتها وظروفها المختلفة)، وبالتالي إمكانية قياس المتغيرات في هذه العوامل وتحديد مدى تأثيرها في الظواهر التي تجري دراستها
- تساعد بحوث العمليات على توليد عدد كبير من البدائل (الحلول البديلة)Alternatives ، والمفاضلة فيما بينها أو تقويمها للوصول إلى الحل الأمثل بفاعلية وكفاءة عالية
- تعتبر القاعدة العلمية لدراسة المشكلات واتخاذ القرارات، كما تمكن من تحديد النتائج المتوقعة للقرارات وتقويمها في مرحلة مبكرة قبل تنفيذها
- تتيح إمكانية ربط الأهداف الفرعية للوظائف والأنشطة المختلفة بالأهداف العامة للنظام الكلي، كما تساعد على إيجاد التنسيق اللازم بين هذه الأهداف الفرعية وإعطائها الأولويات المناسبة.

❖ توفر الوسائل والأدوات اللازمة لتنسيق الأنشطة المختلفة والتحكم فيها من خلال التنسيق بين الأهداف الفرعية وربطها بالأهداف العامة للنظام [4]

2-2 تعريف البرمجة الخطية (Linear Programing Definition)

أداة رياضية لإيجاد افضل الاستعمالات للموارد النادرة او المحدودة المتاحة التي تساعد صانع القرار في عملية اتخاذ القرار.

أسلوب الكمي تستعمل لغرض مساعدة الادارة في تخصيص مواردها لمحدودة. هي امثليه (Optimization) تعظيم الارباح أو تقليل لتكاليف وتخضع الى مجموعة من الشروط والمتباينات الخطية تسمى القيود

كلمة خطية ان تكون العلاقات بين المتغيرات خطية جميعها اما برمجة فهي كلمة مرادفة للتخطيط وتعني وضع المشكلة بصيغة رياضية أو أنموذج رياضي وحلها. ويرمز لها اختصاراً بـ LP [6]

3-2 مكونات البرمجة الخطية:

تتكون البرمجة الخطية من ثلاثة اجراءات رئيسة هي كالاتي:

1- **متغيرات القرار (Decision variables)** المطلوب تحديد قيمتها مثلا كميات إنتاج منتجات معينة ، ساعات عمل في أقسام معينة من مصنع أو شركة أو مؤسسة، كمية المواد الأولية اللازمة لتصنيع منتج معين، مبالغ من المال المخصص لأنشطة أو فعاليات معينة ، كميات من مواد منقولة عن طريق معين أو بوسائل نقل معينة. .
2- **الهدف Objeetive** الذي يحق القيمة المثالية (تعظيم او تقليل) تكون تعظيم (Maximization) أو تقليل (Minimization) وهذا ما عرف في لغة الرياضيات ب الأمثلية (Optimization).
3- **القيود: (Constraints)** هي الشروط او المحددات التي ينبغي ان يحققها الحل والموارد المستعملة ينبغي أن تكون محدودة. وتمثل الموارد المتاحة ويعبر عنها بشكل معادلات او متباينات خطية متساوية (=)، أقل من(≥)، أكبر من (≤).

ومن أهم أشكال القيود: عناصر الإنتاج كالموارد الأولية (الآلات، العمل، ورأس المال)،الطلب، الموارد المتاحة، النواحي التقنية والفنية، جودة المنتجات والعناصر الداخلة فيها وغيرها. فضلا عن توفر البدائل المختلفة للوصول إلى الهدف المطلوب. [6]

4-2 الصيغة العامة للبرمجة الخطية:

تتضمن الصيغة العامة للبرمجة الخطية من دالة هدف وقيود (تكون القيود على تباينات من نوع اصغر ≤ او اكبر≥ او مساواة =) ومتغيرات Xj تسمى بمتغيرات القراروينبغي ان تكون المتغيرات غير سالبة لانها تتصل بالواقع لذلك تكون النتائج السالبة، كميات غير حقيقية. وبالامكان توضيح الأنموذج العام لأسلوب البرمجة الخطية بالصيغة الرياضية الاتية

1- دالة الهدف:

$$Min \quad or \quad Max \quad Z = C_1\, x_1 \; + \; C_1\, x_2 + \ldots + C_n\, x_n$$

2- القيود الهيكلية:

Subject To:

$$a_{11}\, x_1 \quad + a_{12}\, x_2 \quad + \cdots .. + a_1 n\, x_n \quad \leq „ \; = \; „ \geq b_1$$

$$a_{21}\, x_1 \quad + a_{22}\, x_2 \quad + \cdots .. + a_2 n \; x_n A \; \leq „ \; = \; „ \geq \; b_2$$

$$\begin{array}{ccc} : & : & : \\ : & : & : \\ : & : & : \end{array}$$

$$Am1\, x_1 + am2\, x_2 + \cdots .. + \; am \; x_n \leq „ \; = \; „ \geq \; bm$$

3- قيد عدم السالبية:

$$x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, xna \; \geq \; 0\&$$

حيث ان:

Z: تمثل قيمة دالة الهدف (تعظيم او تصغير).

Ci: معاملات دالة الهدف (ربح او كلفة الوحدة الواحدة ...الخ).

Xi : متغيرات القرار.

aij : حاجات كل وحدة واحدة من الموارد سواء اكانت مواد اولية، الوقت، الالات، او مكائن، عدد العمال، ..... الخ.

n:عدد المغيرات.

m: عدد القيود.

bj : الموارد المتاحة

أي ان الأنموذج يتضمن ثلاثة عناصر اساسية هي: دالة الهدف والقيود الهيكلية وقيد عدم السالبية [6]

5-2 طرائق حل أنموذج البرمجة الخطية:

هنالك عدة طرائق لحل مسائل البرمجة الخطية، ندرج اكثرها شيوعاً:

1- الطريقة البيانية Graphic Method اذا كانت مشكلة أنموذج البرمجة الخطية تتضمن على متغيرين فقط)
2- الطريقة المبسطة (السمبلكس) (Simplex Method)
3- طريقة M الكبيرة (Big M Mmetho
4- الطريقة المبسطة المعدلة (Revised Simplex Method)
5- الطريقة ذات المرحلتين (Two Face Method) [6]

1-5-2 الطريقة البيانية (Graphical Method):

تعد هذه الطريقة من اسهل الطرائق المستعملة لحل اسلوب البرمجة الخطية، وتمتاز هذه الطريقة بكونها تعالج المشكلات البسيطة، اي في حالة وجود متغيريين اثنين فقط وتعتمد هذه الطريقة على الرسم البياني لمتغيرات المشكلة في اطار الإحداثيات الافقية والعمودية لتحديد منطقة الحل المقبول Feasible Solution (هي منطقة مغلقة القيود الواردة في المسألة كافة)، ومن بعدها يتم تحديد النقاط المتطرفة Extreme Points وهي النقاط الي تكون على حدود مساحة لحل المقبول التي تعظم او تصغر دالة الهدف، ويمكن توضيح الخطوات الرئيسة للحل بموجب هذه الطريقة بالآتي:

- عد المتباينات في حالة مساوا، ومن ثم يتم تمثيل القيود بشكل بياني
- المضلع الناتج عن تقاطع انصاف المستويات يمثل منطقة الحل المقبول (Feasible Solution Space)، والذي يتمثل بالمساحة المحاطة القيود التي تحقق الحل المناسب لكل القيود وتحقق دالة الهدف

❖ تحديد النقاط المتطرفة (Extreme Points) في منطقة الحل المقبول التي تحقق القيمة العظمى او الصغرى لدالة الهدف [6]

مثال :حل مشكله البرمجه الخطيه الاتيه بيانيا :

$$Max(z) = 8\,x_1 + 6x_2$$

$$4x_1 + 2x_2 \leq 12$$

$$2x_1 + 4x_2 \leq 8$$

$$And\ x_1, x_2 \geq 0$$

الحل:

أولا: عد المتباينات معادلات (اي في حالة مساوة)

ونجعل اول مره x_1 مساويه الى الصفر ونستخرج قيمهx_2, ومرة x_2 مساويه الى الصفر ونستخرج قيم x_1 لكل قيد .

القيد الأول:

$$4x_1 + 2x_2 = 12$$

$$IF\ x_1 = 0 \rightarrow 2x_2 = 12 \rightarrow x_2 = \frac{12}{2} = 6 \rightarrow P(0,6)$$

$$IF\ x_2 = 0 \rightarrow 4x_1 = 12 \rightarrow x_1 = \frac{12}{4} = 3 \rightarrow P(3,0)$$

القيد الثاني:

$$2x_1 + 4x_2 = 8$$

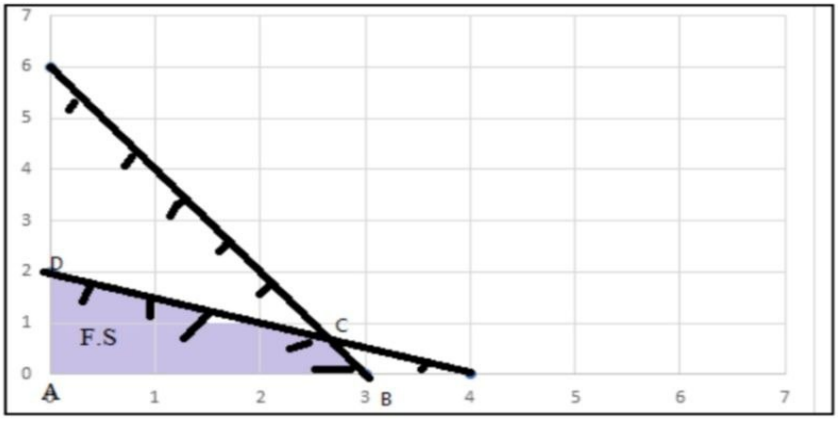
$$IF\ x_1 = 0 \rightarrow 4x_2 = 8 \rightarrow x_2 = \frac{8}{4} = 2 \rightarrow P(0,2)$$

$$IF\ x_2 = 0 \rightarrow 4x_1 = 8 \rightarrow x_1 = \frac{8}{2} = 4 \rightarrow P(4,0)$$

بعد تحديد النقاط ، نقوم بالرسم ويكون أتجاه القيد الأول والثاني نحو الصفر.

يتم رسم القيود استنادا الى القاعدة التاليه:

- أذا كانت علامه المتباينه أصغر أو يساوي يكون اتجاه القيد نحو نقطه الأصل (أي يقترب نحو الصفر).
- أذا كانت علامه المتباينه أكبر أو يساوي يكون اتجاه القيد يبتعد عن نقطه الأصل.



لأيجاد نقطه التطرف للنقطه C من حل المعادلتين آنيا:

$$4x_1 + 2x_2 = 12$$

$$(2x_1 + 4x_2 = 8) * -2$$

$$4x_1 + 2x_2 = 12$$

$$-4x_1 - 8x_2 = -16$$

$$-6x_2 = -4 \rightarrow x_2 = \frac{-6}{-4} = \frac{3}{2} = 1.5$$

نعوض قيمه x_2 في معادله رقم 1 ونستخرج قيمه x_1

$$4x_1 + 2 * 1.5 = 12 \rightarrow x_1 = \frac{9}{4} = 2.25$$

Extreme points	$Z = 8x_1 + 6x_2$
$A(0,0)$	0
$B(3,0)$	24
$C(1.5 * 2.25)$	25.5
$D(0,2)$	12

ناخذ النقطة التي تعطي اكبر عائد لان دالة الهدف من نوع تعظيم

الحل الأمثل هو

O.S

$x_1 = 1.5$

$x_2 = 2.25$

$z = 25.5$

2-5-2 الطريقة المبسطة المعدلة (السمبلكس) (Simplex Method):

تعد الطريقة المبسطة من اهم الطرائق المعتمدة لحل مشكلات البرمجة الخطية. لكونها تعالج المشكلات الاكثر تعقيداً التي يتعذر حلها باستعمال الطريقة البيانية، اي تلك المشكلات التي تتضمن عدد كبير من المتغيرات، يمكن ان نلخص خطوات هذه الطريقة بالشكل الآتي:

الخطوة الاولى: تحويل المشكلة من الصيغة القانونية الى الصيغة القياسية وذلك عن طريق اضافة متغيرات الوهمية مع المشكلات التعظيم وبأشارات موجبة.

الخطوة الثانية: تحويل المشكلة من الصيغة القياسية الى الجدولية في شكل جدول يدعي بالجدول المبسط مقسم الى عدة صفوف واعمدة اذ تكون الصفوف عبارة عن معاملات المتغيرات في دالة الهدف والقيود، اما الاعمدة فتكون متمثلة بالمتغيرات الاساسية للمشكلة والمتغيرات الفائضة والاصطناعية.

الخطوة الثالثة: تحديد العمود المحوري الذي يقابل اكبر قيمة مطقة في دالة الهدف داخل الجدول المبسط.

الخطوة الرابعة: تحديد القيمة المحورية من خلال قسمة كل قيمة في عمود الثوابت (b) على القيمة المقابلة لها في العمود المحوري وتمثل القيمة المحورية اقل ناتج قسمة موجب.

الخطوة الخامسة: تحديد الصف المحوري الذي يحتوي على القيمة المحورية

الخطوة السادسة: تحول القيمة المحورية الى العدد واحد(1) ومن ثم يتم تحويل بقية قيم العمود المحوري الى اصفار (0).

الخطوة السابعة: شرط التوقف، اختبار أمثلية (يكون قيم صف Z جميعها موجبة او صفر في حالة دالة الهدف من نوع MAX، يكون قيم صف Z جميعها سالبة او صفر في حلة دالة الهدف من نوع Min. [6]

مثال: حل مشكلة البرمجه الخطيه بالطريقه المبسطه ؟

$$MAX(Z) = 120x_1 + 100x_2$$

S.T

$$2x_1 + 2.5x_2 \leq 1000$$

$$3x_1 + 1.5x_2 \leq 1200$$

$$1.5x_1 + 4x_2 \leq 1200$$

$$And\ x_1, x_2 \geq 0$$

الحل:

أولا: نحول الى الصيغه القياسيه .

$$MAX(Z) = 120x_1 + 100X2 + 0s_2 + 0s_2 + 0s_3$$

S.T

$$2x_1 + 2.5x_2 + s_1 = 1000$$

$$3x_1 + 1.5x_2 + s_2 = 1200$$

$$1.5x_1 + 4x_2 + s_3 = 1200$$

$$And\ x_1, x_2, s_1, s_2, s_3 \geq 0$$

B.V	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	SLO(R.H.S)	Ratio
Z	-120	-100	0	0	0	0	….
s_1	2	2.5	1	0	0	1000	1000/2=500
s_2	3	1.5	0	1	0	1200	1200/3=400 min
s_3	1.5	4	0	0	1	1200	1200/15=800

بما ان داله الهدف من نوع Max فان المتغير الداخل هو x_1 لان اكبر قيمه بالسالب في صف داله الهدف(z).

نحصل على عمود النسبة (Ratio) من خلال قسمة صف المتغير الخارج على قيمته .

المتغير الخارج هو s_2 لأنه اقل نسبه في عمود النسبة (Ratio) .

عنصر المحور يمثل تقاطع عمود المتغير الداخل وصف المتغير الخارج .

للحصول على الصف الجديد لمتغير الداخل x_1 نقسم على قيمة عنصر المحور(3) .

x_1	1	0.5	0	0.333	0	400

للحصول على الصف الجديد لجدول السمبلكس نتبع العمليات الحسابية الأتية:

ملاحظة: ينبغي ان تكون القيم اعلى وتحت قيمة عنصر المحور(1) هي صفر

الصف الجديد لـ S_1 من خلال اجراء العمليات الحسابية مع الصف القديم لـ S_1 وكالاتي:

صف X الجديد 2-	-2	$1-$	0	$\frac{-2}{3}$	0	-800
صف S_1 القديم	2	2.5	1	0	0	1000
بالجمع						
صف S_1 الجديد	0	1.5	1	$\frac{-2}{3}$	0	200

الصف الجديد لـ S_3 من خلال اجراء العمليات الحسابية مع الصف القديم لـ S_3 وكالاتي:

صف X الجديد 1.5-	-1.5	-0.75	0	0.5	0	-600
صف S_3 القديم	1.5	4	0	0	1	1200
بالجمع						
صف S_3 الجديد	0	3.35	0	-0.5	1	600

وهكذا لباقي المراحل اذ نحصل على جدول السمبلكس وكالاتي:

B.V	$X1$	$X2$	S_1	S_2	S_3	SOL(R.H.S)	Ratio	ملاحضة نوع داله الهدفMAX
Z	-120	-100	0	0	0	0	…..	المتغير الداخل X_1 لأنه اك ي قيمه بالسالب في صف Z
S_1	2	2.5	1	0	0	1000	1000/2=500	
S_2	3	1.5	0	1	0	1200	1200/3=400min	المتغير الخارج S_2لأنه يمثل اقل نسبة
S_3	1.5	4	0	0	1	1200	1200/1.5=800	
Z	0	-40	0	40	0	4800		المتغير الداخل X_2 لأنه اكبر قيمه بالسالب في صف Z
S_1	0	1.5	1	-0.667	0	200	200/1.5=133.3min	المتغير الخارج S_1 لانه يمثل اقل نسبه
X_1	1	0.5	0	0.333	0	400	400/5=800	
S_3	0	3.25	0	-0.5	1	600	600/3.25=184.6	
Z	0	0	26.667	22.222	0	533.333		
X_2	0	1	0.667	-0.444	0	133.333		تحقق شرط التوافق لأنه جميع قيم صف Z موجب او صفر
X_1	1	0	-0.333	0.556	0	333.333		
S_3	0	0	-2.167	0.944	1	166.667		

الحل الأمثل هو

O.S

$x_1 = 333.333$

$x_2 = 133.333$

$Z = 533.333$

6-2 مقدمة التخصيص

تعتبر مشكلة التخصيص من أحدى النماذج ألتي تخص مسألة النقل ألتي هي إحدى تطبيقات نماذج البرمجة الخطية (inear programming model) والتي على أساسها نفترض أن لدينا عددا من ألمصادر(Sources) يتطلب تخصيصها الى نفس العدد من مراكز التوزيع المعنية (Destinations) حيث أن ألمصادر قد تكون أفراد أو وظائف أو مكائن يتطلب تخصيصها لمراكز التوزيع والتي قد تكون مهمات أو أعمال أو مخازن بما يضمن تقليل ألوقت أو اللفة أو تعظيم الأرباح. نفرض بأن لدينا (m) من الأشخاص كل منهم يستطيع أن يؤدي مهمة واحدة من ألمهمات والتي نفترضها (n) وبكفاءة مختلفة والتي تتطلب أوقاتا أو كلفا مختلفة إذ يجب تخصيص شخص واحد فقط لأداء ألمهمة فعند تخصيص الشخص (i) لتنفيذ المهمة(j) فانه يتطلب وفتاً قدره (tij) من وحدات الزمن أو كلفة قدرها (Cij) من وحدات العملة لغرض إنجاز ألمهمة ومن ثم تحقيق الهدف ألذي هو ينصب على تخصيص شخص واحد لمهمة واحدة بحيث يكون ألوقت الكلي أو الكلفة الكلية للتخصيص أقل ما يمكن أو أعظم ما يمكن أذا كان الهدف تعظيم الأرباح وهنا يمكن اعتبار مسالة التخصيص كما أشرنا اليها أعلاه حالة خاصة لنموذج النقل حيث تمثل المصادر (الأشخاص) وتمثل مراز التوزيع (ألمهمات) . وتوجد عدة طرائق لحل النماذج الخاصة بالتخصيص حيث أنها إحدى النماذج التي تخص مشاكل النقل وتعد من تطبيقات البرمجة الخطية ومنها ألطريقة الهنكارية (Hungarian Method). [5]

7-2 صياغة نموذج التخصيص

ان نموذج التخصيص (التعيين) هو احد النماذج الخاصة بمسالة النقل والتي هي احدى تطبيقات البرمجة الخطية ويمكن صياغة نموذج التخصيص رياضيا باستخدام البرمجة الخطية وكما يلى: 1- نفر ان (Xij= 1) اذا تم تخصيص الجهد (i) الى العمل(j). نفرض ان ($X_{ij} = 0$) اذا لم يتم تخصيص الجهد (i) الى العمل (j). ومن ذلك يصبح النموذج كالاتي:- [5]

$$Min\ \ imize, max\ imize z = \sum_{i=1}^{n}, \sum C_{ij}X_{ij}$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_{ij} = 1, i = 1,2 \dots\dots\dots\dots\dots\dots n$$

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} = 1, j = 1,2 \dots\dots\dots\dots\dots\dots n$$

$$X_{ij} = 1\ or\ 0$$

8-2 أنواع مسائل التخصيص

الحاله الأولى: الصفوف الوهميه والاعمده الوهميه:

على الرغم من ان مشاكل التخصيص يجب ان يكون عدد الافراد مساوي الى عد المهام لاستخدام الطريقة الهنغارية الا ان ذألك قد لا يتحقق في الحيات اليومية واذا ما انتظرنا لتحقيق ذلك فقد لا يتحقق وعليه تتم معالجه هذا الموضوع وذلك باستخدام صف وهمي اذا كان عدد الافراد اقل من عدد المهام او استحداث عمود وهمي اذا كان عدد الافراد يفوق عدد المهام حيث يجب ان تكون [5]

$$M = n$$

ان الصف الوهمي او العمود الوهمي المستحدث هو في الحقيقة افتراضي وليس له وجود وعليه فان اجمالي التكاليف في الحل الأمثل لا تتأثر به حيث ا ن

$$C_{ij} = 0$$

فلو تم توسيع المثال بإضافة مدير رابع وان كلفة تكليفه بإدارة احد المشاريع هي(8,31,9)ان مشكله التخصيص كما في الجدول ادنا ه هي مشكله لا يمكن استخدام الطريقة الهنغارية في حلها حيث $m > n$ وفي هذه الحال نضيف عمودا وهميا بكلفه تساوي(0).

مشاريع / مدراء	1	2	3
محمد	9	13	7
سامر	14	14	6
احمد	10	13	8
بشار	8	13	9

الحاله الثانيه: مشكله تعظيم الأرباح:

تكون بعض مشاكل التخصيص من نوع تعظيم الأرباح حيث ان الهدف هو تخصيص المهام للأفراد من اجل زياده الأرباح ,ان مسائل تعظيم الأرباح يمكن حلها باستخدام الطريق الهنغاري ة وذلك بتحويل المصفوفة الأولية للأرباح الى مصفوفه اوليه للتكاليف وعمليه التحويل هذه تتم بإحدى الطريقتين التاليتين: -

- الطرح جميع قيم المصفوفة الأرباح الأولية من اعلى قيمه للمصفوف ة ثم اضافه الصف او العمود الوهمي لجعل عدد الصفوف مساويا الى عدد الاعمدة وبالعكس (هذه الإضافة تتم اذا لم تكن المشكلة متوازنة) .
- اضافه الصف او العمود الوهمي اذا كانت مشكله التخصيص غير متوازنة ثم طرح قيم كل عمود من اعلى قيمه في ذلك العمود.

بعد اتباع هاتين الطريقتين يتم اتباع الطريقة الهنغارية لتحقيق الحل الأمثل ,ان عمليه التخصيص في حاله اقل خساره الفرص تقود الى نفس النتائج لتعظيم الأرباح كما في المشكلة الأصلية.

مثال (1) حدد التخصيص الذي يؤدي الى اكبر عائد من الجدول الاتي:

مشاريع / مهندسين	1	2	3
1	8	14	9
2	15	17	18
3	9	13	16
4	11	14	12

الحل:-

1- نجعل مشكله التخصيص في حاله توازن 4*4 كما في الجدول الاتي:

مشاريع / مهندسين	1	2	3	4
1	8	14	9	0
2	15	17	18	0
3	9	13	16	0
4	11	14	12	0

2- نحول مصفوف الأرباح الاوليه الى مصفوفه خساره الفرصه وذلك يطرح جميع قيم العمود من اعلى قيمه في العمود ولجميع الاعممده ثم نجري عملية رسم المستقيمات التغطيه القيم الصفريه.

مشاريع / مهندسين	1	2	3	4
1	7	3	9	0
2	0	0	0	0
3	6	4	2	0
4	4	3	6	0

3- بما ان عدد الخطوط المستقيمة لا يساوي الصف او العمود فيتم اختيار اقل قيمه غير مغطيه ونطرحها من جميع القيم المغطاة وتفاق الى نقاط تقاطع المستقيمات.

مشاريع / مهندسين	1	2	3	4
1	5	1	7	0
2	0	0	0	2
3	4	2	0	0
4	2	1	4	0

4- طالما ان عدد الخطوط المستقيمة لا يساوي عدد الصفوف او الأعمدة كما في الجدول السابق يجب تكرار الخطوة (3) باختيار اقل قيمه وهي (1) لتظهر النتائج كما في الجدول.

مشاريع / مهندسين	1	2	3	4
1	4	0	6	0
2	0	0	0	3
3	4	2	0	1
4	1	0	3	0

5- بعد اجراء عمليه ال تخصيص جراء تحقيق الحل الأمثل تبين ان مسألة التخصيص هي من نوع تعدد الحلول المثلى حيث ان هناك اكثر من بديل يحقق اعلى ربحيه وتساوي 45.

مشاريع / مهندسين	إمكانية التخصيص	التخصيص	الارباح	التخصيص	الارباح
1	2,4	2	14	4	0
2	1,2	1	15	2	17
3	3	3	16	3	16
4	2,4	4	0	2	14
	الارباح	اجمالي =	45		45

المحتويات

3-1 حل نموذج التخصيص

3-2 الطريقة الهنكارية

3-3 الخطوات المتبعة في تطبيق الطريقة الهنكارية

3-1 حل نموذج التخصيص:

لقد لاحظنا من صيغة نموذج التخصيص أن هذا النموذج هو أحد تطبيقات البرمجة الخطية وقد ذكرنا هنالك عدة طرائق لحل مثل هذا النموذج ومنها الطريقة الهنكارية (Hungarian Method) لحل مسألة لتخصيص والتي تعتمد على عدة خطوات ولكن قبل ذلك ينغي اشتقاق مصفوفة الكلفة (n xn) لعناصر الكلفة (Cij) من مصفوفة المردود للمسالة [8]

3-2 الطريقة الهنغارية:

وتعتبر من اكثر الطرق كفاءة في ايجاد الحل الامثل لمشاكل التخصيص ، تعتمد الطريقة الهنغارية على مبدأ تخفيض المصفوفة والتي تعنى طرح رقم معين من صفوف المصفوفة او اعمدتها حيث يؤدي ذلك الى مصفوفة كلفة الفرصة

3-3 الخطوات المتبعة في تطبيق الطريقة الهنغارية:

1- تطرح من كل صف أصغر عنصر بكلفة (Cij) من العناصر (أو الخلايا) ألأخرى في الصف نفسه حيث نحصل من ذلك على صفر واحد على ألأقل في كل صف.
2- تطرح من كل عمود أصغر عنصر كلفة (Cij) من العناصر ألأخرى في العمود نفسه فنحصل من ذلك على صفر واحد على ألأقل في كل عمود.
3- نختبر التخصيص الأمثل للمصفوفة التي حصلنا عليها بتطبيق الخطوتين أعلاه من بين العناصر التي قيمتها صفرا باتباع الآتي:

اولا: نفحص الصفوف أولا , نجد فيما إذا كان في الصف صفر واحد , فاذا كان فيه صفر نجري التخصيص في الخلية (أو العنصر) التي قيمتها صفر ونحذف جميع الأصفار في العمود الذي يحتوى على هذه الخلية نكرر هذه الخطوة لحميع الصفوف حيث أن (I=1,2,……..,n).

ثانيا: نفحص الأعمدة هل إنها تحتوي على أصفار فاذا احتوى العمود على صفرا نجري عملية التخصيص في الخلية التي قيمتها صفر ونحذف جميع الأصفار في نفس الصف الذي يحتوي على هذه الخلية أما اذا لم يحتوى العمود على صفر فنطرح أقل قيمة فيه من نفس القيمة وقيم الأعمدة ألأخرى للحصول على صفر, (j=1,2, ... ,m) نكرر هذه أخطوه لجميع ألأعمده

ثالثا: نكرر الخطوتين المذكورتين أعلاه كي لا يبقي لدينا أي صف أو عمود فيه صفر وغير مخصص:

رابعا: في هذه الخطوة نجد إنه أما لا يوجد صفر أو صفران أو أكثر في كل صف وعمود غير مخصصين فاذا تمكنا من الحصول على تخصيص نتوقف ويعتبر هذا هو الحل الأمثل للمسألة أما اذا لم نتمكن من الحصول على تخصيص (في كل عمود صفر واحد وفي كل صف صفر واحد) ننتقل إلى الخطوة التالي.

4- في حالة عدم حصولنا على تخصيص أمثل نقوم برسم أقل عدد ممكن من الخطوط ألأفقية والعمودية ألتي تغطى (تمر فوق) جميع الخلايا ألتي تحتوى أصفارا (الخط هنا صف أو عمود) في مصفوفة المردود (الكلفة) بحيث يكون التخصيص ألكامل لهذه الخلايا يؤدي ألي كلفة قيمتها صفر .أما إذا كان التخصيص في الخطوة (3) قد جرى بشكل صحيح فان عدد الخطوط سيكون مساويا لعدد الخلايا ألمخصصة فاذا كان هذا العدد يساوي (n) فهذا يعني حصلنا على أمثل تخصيص تم التوصل إليه، أما إذا كان أقل من (n) ننتقل الى الخطوة الآتية

5- نحور المصفوفة للحصول على التخصيص ألأمثل وكما يلي :

اولا: نطرح أقل قيمة (عنصر) موجوده في الخلايا غير المغطاة (مكشوفة) بالخطوط في مصفوفة الكلفة من جميع الخلايا ألأخرى غير المغطاة.

ثانيا: نضيف ألقيمة (العنصر) الصغرى نفسها ألى تلك الخلايا ألتي تقع عند تقاطع الخطوط ألمرسومة فقط

ثالثا: نترك الخلايا المتبقية ألأخرى بدون تغيير, وبعد ذلك نفحص المصفوفة بحثا عن الحل الأمثل مرة ثانية حيث أن الخطوة (5) تعطينا على ألأقل صفر واحد أو أكثر في ألمصفوفة , نعود الى تطبيق الخطوة (1) بالمصفوفة ألجديدة. [8]

مثال: تمتلك إحدى الشركات التقنية (4) مبرمجين (A, B, C, D) وترغب في إسناد (4) مشاريع برمجية (P_1, P_2, P_3, P_4). الجدول التالي يوضح التكلفة التقديرية (بالساعة) لإنجاز كل مبرمج لكل مشروع. الهدف هو إيجاد التوزيع الذي يحقق أقل تكلفة إجمالية.

أولاً: عرض المشكلة

المتحقق / المبرمج	P_1	P_2	P_3	P_4
A	20	28	19	13
B	15	30	31	28
C	40	21	20	17
D	21	28	26	12

ثانياً: اختزال الصفوف (الخطوة الأولى)

نطرح أصغر عنصر من كل صف من بقية عناصر الصف نفسه:

الصف A: أصغر قيمة (13) $\rightarrow [7, 15, 6, 0]$

الصف B: أصغر قيمة (15) → $[0, 15, 16, 13]$

الصف C: أصغر قيمة (17) → $[23, 4, 3, 0]$

الصف D: أصغر قيمة (12) → $[9, 16, 14, 0]$

المصفوفة الناتجة:

	P_1	P_2	P_3	P_4
A	7	15	6	0
B	0	15	16	13
C	23	4	3	0
D	9	16	14	0

الخطوة الثانية: اختزال الأعمدة

نطرح أصغر عنصر في كل عمود من بقية عناصر العمود (لاحظ أن الأعمدة P_1 و P_4 تحتوي أصفاراً بالفعل، لذا التغيير سيشمل P_2و P_3 فقط):

العمود P_2: أصغر قيمة (4) → $[11, 11, 0, 12]$

العمود P_3: أصغر قيمة (3) → $[3, 13, 0, 11]$

مصفوفة الفرصة البديلة

	P_1	P_2	P_3	P_4
A	7	11	3	0
B	0	11	13	13
C	23	0	0	0
D	9	12	11	0

الخطوة الثالثة: اختبار الأمثلية (تغطية الأصفار)

نقوم برسم أقل عدد من الخطوط لتغطية كافة الأصفار

خط أفقي على الصف B

خط أفقي على الصف C

خط عمودي على العمود P_4

عدد الخطوط = 3 وبما أن عدد الخطوط أقل من رتبة المصفوفة (4 × 4) فإننا لم نصل للحل الأمثل.

	P_1	P_2	P_3	P_4
A	7	11	3	0
B	0	11	13	13
C	23	0	0	0
D	9	12	11	0

الخطوة الرابعة: تعديل المصفوفة

أصغر عنصر غير مغطى بالخطوط هو 3.

نطرح (3) من كافة العناصر غير المغطاة.

نضيف (3) لعناصر التقاطع (تقاطع خط P_4 مع الصف B، وتقاطع P_4مع الصف C).

المصفوفة المعدلة

	P_1	P_2	P_3	P_4
A	4	8	0	0
B	0	11	13	16
C	26	0	0	3
D	6	9	8	0

ثالثاً: التخصيص النهائي

الآن نقوم باختيار الأصفار بحيث لا يتكرر مبرمج أو مشروع:

المبرمج B: لديه صفر وحيد في P_1 ← (التكلفة الأصلية 15)

المبرمج D: لديه صفر في P_4 ← (التكلفة الأصلية 12)

المبرمج A: لديه صفر في P_3 ← (التكلفة الأصلية 19)

المبرمج C: لديه صفر متبقي في P_2 ← (التكلفة الأصلية 21)

رابعا: النتائج والتوصيات

بناء على الهنكارية , فان التوزيع الأمثل للمهام هو

$A \rightarrow P_3$

$B \rightarrow P_1$

$C \rightarrow P_2$

$D \rightarrow P_4$

اجمالي اقل تكلفة ممكنة =

19 + 15 + 21 + 12 = 67 وحدة التكلفة

الفصل الرابع

المحتويات

4-1 النتائج

4-2 التوصيات

الفصل الرابع

4-1 النتائج:

- اختتم البحث بمجموعة من الاستنتاجات التي أكدت على أن الطريقة الهنغارية هي الأسلوب الأكثر موثوقية لمعالجة مسائل التخصيص المربعة، نظراً لتوازنها بين البساطة الإجرائية والدقة الرياضية، مع التوصية بضرورة التوسع في استخدامها في المؤسسات الخدمية والإنتاجية لتحسين مستويات الأداء.
- أثبتت الطريقة الهنكارية كفاءتها في حل مسائل التخصيص والوصول إلى الحل الأمثل.
- تم تقليل الكلفة/الزمن (حسب مثال البحث) إلى الحد الأدنى مقارنة بالحلول العشوائية.
- الطريقة تضمن الحصول على حل أمثل (Optimal Solution) وليس تقريبي
- تعتمد على تحويل مصفوفة الكلفة إلى شكل مبسط للوصول للحل.
- مناسبة للمشاكل ذات الحجم المتوسط والكبير

4-3 التوصيات:

- اعتماد الطريقة الهنكارية في حل مسائل التخصيص في المجالات التطبيقية المختلفة، وكذلك تعزيز استخدامها في المؤسسات الإنتاجية والخدمية لتحسين كفاءة توزيع الموارد. كما يُقترح إجراء دراسات مستقبلية لمقارنة هذه الطريقة مع طرق أخرى، والعمل على تطوير برمجيات حديثة تسهم في تسهيل تطبيقها.

Abstract

Wthis research aims to study the assignment problem as one of the most important

applications of operations research, focusing on solving it using the Hungarian method, considered one of the most efficient approaches for achieving optimal results.

The theoretical aspect of the research addresses the concept of linear programming and its role in improving the utilization of limited resources. It also presents the origins and historical development of operations research and its most important applications in the economic, industrial, and service sectors. Furthermore, the components of the mathematical model for linear programming are explained, namely the objective function, decision variables, and constraints, along with an overview oOn the practical side, the focus was on the allocation problem as a special case of linear programming models. The Hungarian method was used to find the optimal solution that achieves the lowest cost or highest possible efficiency in resource allocation. The steps of this method were systematically explained, with practical applications demonstrating its effectiveness compared to traditional methods.

The research concluded that the Hungarian method is characterized by its simplicity, accuracy, and ability to reduce computational effort, making it an effective tool for optimal decision-making, especially in matters requiring highly efficient allocation of limited resources. The research also emphasized the importance of using modern quantitative methods in improving the quality of administrative and economic decisions' the most important problem-solving methods employed.

المراجع

1- د. أبوالقاسم مسعود الشيخ /بحوث العمليات /دار الكتب الوطنية، بنغازي، ليبيا /الطبعة الاولى 2009م

2- د. أبراهيم بن صالح العليان/مقدمة في البرمجة الخطية /جامعة الملك سعود، الرياض/الطبعة الاولى 2007م

3- الحميد، فتح الله فاضل خلف العبد / صياغة البرمجة الخطية لمشاكل التخصيص / مجلة البصرة ، 2011

4- جامعة القدس المفتوحة / بحوث العمليات /كلية التكنولوجيا والعلوم التطبيقية، رقم 1284 / سنة 2014م

5- أ. د. حسين عبدالله التميمي /أدارة الانتاج والعمليات(مدخل كمي)/دار الفكر للنشر والتوزيع، عمان/الطبعة الاولى 2012م

6- د. مروان عبدالحميد عاشور /مشكلات البرمجة الخطية المؤكدة وغير المؤكدة /الدار الجامعية للطباعة والنشر، بغداد /الطبعة الاولى 2019م

7- د. لحسن عبدالله باشيوه / كتاب بحوث العمليات / دار اليازوري العلمية للنشر والتوزيع، عمان، الاردن / الطبعة الاولى 2011م

8- أ. د. مشرقي حسن، القاضي اياد / بحوث العمليات (تحليل كمي في الادارة)/ دار المسيرة ، عمان 102-117 / سنة 1997م

9- Mehta, A. J., & Rifai, A. K. (1979). Goal programming application to assignment problem in marketing. Journal of the Academy of Marketing Science, 7(1), 108-116.

10- Masked, F., & Angelozzi, M. (2008). Modelling optimum fraction assignment in the 4X100 mrelay race by integer linear programming. Italian Journal of Sports Sciences, 13(1), 74-77.