جمهورية العراق

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة ميسان

كلية التربية الاساسية

قسم الرياضيات

حل مسائل البرمجة الخطية بطرق التحليل العددي

بحث مقدم

الى كلية التربية الاساسية / جامعة ميسان وهو جزء من متطلبات نيل شهادة البكالوريوس في الرياضيات

اعداد الطلبة

عبد الهادي اسماعيل هادي   حسين كامل عبد

منتظر صلاح محسن

اشراف

م. احمد اسماعيل

1445 هـ   2024 م

{وَلَقَدْ كَرَّمْنَا بَنِي آدَمَ وَحَمَلْنَاهُمْ فِي الْبَرِّ وَالْبَحْرِ وَرَزَقْنَاهُمْ مِنَ الطَّيِّبَاتِ
وَفَضَّلْنَاهُمْ عَلَى كَثِيرٍ مِمَّنْ خَلَقْنَا تَفْضِيلاً *}

صدق الله العلي العظيم

[الإسراء: 70]

شكر وتقدير

الحمد لله الذي هدانا لهذا وما كنا لنهتدي لولا أن هدانا الله ، وصلى الله على رسوله الأكرم محمد واله الطيبين الطاهرين وأصحابه الميامين

قبل كل شيء أشكر الله العظيم الذي أعانني على تخطي العقبات لإنجاز هذا البحث الذي ما كان ليكتمل لولا توفيقه تعالى، ثم مساعدة المخلصين والأوفياء جزاهم الله عني خير جزاء المحسنين، ويطيب للباحث أن يتقدم بالشكر الجزيل إلى مشرف البحث (م. احمد اسماعيل) في كلية التربية الاساسية - جامعة ميسان، لما أبداه من معونة علمية كان لها الفضل في تخطي العديد من صعوبات البحث ولاهتمامه الصادق ومتابعته العلمية واللغوية المستمرة وملاحظاته القيمة لتكون الرسالة بصورتها الحالية فأسال الله أن يجزيه عني خير الجزاء.

وعرفاناً بالجميل أقدم شكري وتقديري لكل من مد يد العون والمساعدة في أنجاز هذا البحث

الاهداء

لمن لا يطيب الليل ألا بشكره ولا يطيب النهار الا بطاعته ولا تطمئن القلوب الا بذكره "الله جل جلاله"

الى من بلغ الرسالة ونصح الامه نبي الرحمة ونور العالمين سيدنا محمد واله وصحبه اجمعين

إلى نور العصر والزمان الموعود والمنتظر المحمود «عجل الله ظهوره الشريف»

الى ضوء حياتي ذلك الذي لو طلبت منه نجمه لعاد حاملاً على ظهره السماء (ابي الحبيب حفظه الله)

الى التي كان دعاءها نورًا لطريقي والتي لولا تضحياتها لما وصلت (امي الحبيبة دام ظلها)

الى من وهبني الله نعمة وجودهم في حياتي (اخواني واخواتي)

ولا ننسى فضل من ضحوا بأنفسهم شهداء العراق والعقيدة والمذهب

الى المستثنون دائمًا (اصدقائي واقربائي) مصدر قوتي وسندي الذي لو لا دعمهم لي لما اكملت هذه المرحلة الى من قدموا الي الدعم بـ (دعوه - معلومة - موقف - كلمة - ابتسامة) لا غيب الله ودكم عن ايامي والى الصوت في داخلي الذي يقول لي دائما يوجد هناك شخص بالمقدمة لما لا يكون "أنتَ"

لكم جميعاً اهدي ثمرة جهدي هذا......❤

إقرار المشرف

أشهد أن إعداد هذا البحث الموسوم بـ (حل مسائل النقل في البرمجة الخطية بطرق التحليل العددي)

المقدم من قبل الطلبة

1- عبد الهادي اسماعيل هادي

2- منتظر صلاح محسن

3- حسين كامل عبد

قد جرت بإشرافي في جامعة ميسان - كلية التربية الأساسية – قسم الرياضيات وهي جزء من متطلبات نيل درجة البكالوريوس في التربية الاساسية - قسم الرياضيات

التوقيع :

الاسم :

التاريخ :

توصية رئيس قسم الرياضيات

بناء على التوصيات المتوافرة أرشح هذه الرسالة للمناقشة .

التوقيع :

الاسم :

التاريخ :

رئيس قسم الرياضيات

الفهرست

المقدمة

تتألف المشكلة الرياضية النموذجية من تابع واحد يمثل أما الربح المراد زيادته الى الحد الأعلى، أو يمثل الكلفة المراد أنقاصها الى الحد الأدنى، هذا بالإضافة لمجموعة من القيود التي تشكل حدا لمتغيرات القرار.

ففي حالة البرمجة الخطية، يكون كل من التابع والقيود عبارة عن توابع خطية لمتغيرات القرار.

تعد البرمجة الخطية نموذجا واسع الاستخدام يمكنه حل مشاكل صنع القرار ذات المتغيرات العديدة هذا، وبالإمكان حصر قيم القرارات الممكنة بواسطة مجموعة القيود الموصفة رياضيا والتي تقارن باستخدام التابع لمتغيرات القرار.

عندما يكون للمشكلة متغيرين فقط يمكن استخدام طريقة بيانية في عملية الحل. فعليا، تكون معظم مشاكل البرمجة الخطية بسيطة ويمكن حلها بيانيا. الا أن المشاكل الأكبر ذات القيود العديدة تستهلك وقتا كبيرا للحل ولذلك نلجأ للحل بطريقة السمبلكس ولتسهيل حل بعض المسائل نستخدم طريقتي كرامر وجاوس جوردان للحذف ان امكن

وأن أتخاذ اي قرار على مرحلتين رئيسيتين الأولى هي صياغة المسألة وفق علاقات رياضية يطلق عليها النموذج الرياضي والثانية هي حل النموذج الرياضي والبحث عن أفضل الحلول وتطبيقها على المشكلة الحقيقة.

ويوجد هنالك نوعين من الحلول الحل المقبول والحل الامثل ويمكن تفصيلهما كما يلي

يتكون الحل المقبول من عدة طرق نذكر منها

- طريقة الركن الشمالي الغربي ((The North West Corner Method (NWCM))
- طريقة الركن الشمالي الشرقي(North-East Metheod)
- طريقة اقل التكاليف ((The Least Cost Method (LCM))
- طريقة فوجل التقريبية ((The Vogel's Approximation Method (VAM))
- طريقة روسيل التقريبية(Russesl Approximation Method(R.A.M))
-

اما الحل الامثل فنذكر له طريقتان

- طريقة المسار المتعرج (Stepping Stone method)
- طريقة التوزيع المعدلة (Modified Distribution Method)

المستخلص (Abstract)

تهدف الدراسة المعروضة في هذا البحث الى تسليط الضوء على مسألة النقل والتي هي احدى مسائل البرمجة الخطية وافضل الطرق لحلها من حيث الاستخدام الامثل للوقت لذا تطرقنا في الفصل الاول الى اهمية واهداف البحث بالإضافة الى النبذة التاريخية والمقدمة والفصل الثاني اقتصر على مسألة النقل وكيفية ايجاد الحل الامثل لها واهم التمارين الخاصة بمسألة النقل بينما اقتصر الفصل الثالث على ايجاد طرق بديله لاختصار الوقت مثل كرامر وجاوس جوردن للحذف والمقارنة بينها وبين الطرق الاخرى من حيث اختصار العمليات الحسابية وبالتالي استخدام امثل للوقت .

الفصل الاول

- نبذة تاريخية

- اهمية البحث

- اهداف البحث

- مشكلة البحث

(1-1) نبذه تاريخية

في عام 1758 وضع(كيناي Quesnay) الجدول الاقتصادي، واستخدم فيه نماذج رياضية لوصف العلاقات الاقتصادية . وفي عام 1874 عرض(فالراس) نموذجه الرياضي للتوازن الاقتصادي، مستخدما فيه معادلات خطية. وشكل ذلك الأرضية المهمة التي تأسس عليها أسلوب البرمجة الخطية، حيث أجرى

(نيومان Neumann) واقتصاديون غيره ، تطويرا لنموذج التوازن الاقتصادي، واستخدم ليونتيف نموذج المستخدم المنتج، الذي يعتبر أول نموذج في البرمجة الخطية وقد ظهر أول كتاب في بحوث العمليات في العام 1946 م باسم "طرق بحوث العمليات (لموريس Morris وكمبال)، وكان أهم الاكتشافات في هذا الصدد(لجورج دانترج)عام 1947 م لطريقة السمبلكس لحل مشاكل البرمجة الخطية وتبع ذلك تطورات أدت إلى ظهور كتاب بحوث العمليات عام 1957 م. وتعد البرمجة الخطية احد الاساليب العلمية الحديثة لبحوث العمليات بدأ ظهورها في عام 1920 على ايدي لاقتصادي الشهير (ليونتيف Leontief) في تطويره لتحليل المدخلات والمخرجات ثم تابع تطوره على ايدي الرياضي الانكليزي(دانترج Dantizg) الذي اكتشف طريقة (Simplex) احد طرق الحل للبرمجة الخطية

اما قاعدة كرامر (Cramer's rule) هي مبرهنة تعطي حل لنظام معادلات خطية (أو ما قد يدعى جملة المعادلات الخطية) بدلالة المحددات. سميت هذه القاعدة هكذا نسبة إلى عالم الرياضيات السويسري (غابرييل كرامر) (1704-1752)م. وفي العام 1818 وضع غاوس مهاراتِه الحسابيّةَ موضعَ الاستخدامِ العملي، وأجرى مسحاً جيوديزياً لمملكة هانوفر (مسح الأراضي الغاوسي [الألماني])، بالربط مع المسوحات الدنماركية السابقة وفي رسالة الدكتوراه في العام 1799 وفي غياب برهانٍ جديدٍ على النظرية القائلة بأن (كل دالّةٍ جبريّةٍ جذريّةٍ كاملةٍ لمتغيرٍ واحدٍ يمكن حلها إلى عواملَ حقيقيّةٍ من الدرجة الأولى أو الثانية) أثبت غاوس النظريةَ الأساسيةَ للجبر والتي تنص على أن كل دالةٍ (تابعٍ) غير ثابتةٍ كثيرة الحدود لمتحولٍ واحدٍ وذاتِ معاملاتٍ عُقَدِيّةٍ لها جذرٌ عُقَدِيٌّ واحدٌ على الأقل. كان علماء الرياضيات بمن فيهم «جان لوروند دالمبرت ،بالفرنسية **Jean** le Rond d'Alembert » قد قدموا أدلةً خاطئةً من قبل، وقد احتوت أطروحة غاوس على نقدٍ لعمل «دالمبرت». ومن المفارقات - وفقاً لمعايير اليوم - أن محاولةَ غاوس الخاصةَ غيرُ مقبولةٍ بسبب الاستخدام الضمني لنظرية منحني «جوردان»، ومع ذلك فقد قدم - فيما بعد - ثلاثة أدلةٍ أخرى كان آخرها - في عام 1849 - بليغاً بشكلٍ عامٍّ، أوضحت محاولاته مفهوم الأعداد المركبة بشكلٍ كبيرٍ على طول الخط

(2-1) اهمية البحث

تكمن اهمية الدراسة في هذا البحث الى ايجاد الحل المقبول لمسائل النقل في البرمجة الخطية ، حيث قمنا بإستخدام طريقة تعتمد على وضع القيود ودالة الهدف على شكل مصفوفات وحلها بطريقتي (كرامر وجاوس جوردان للحذف) ووجدنا من خلال الأمثلة أن الفائدة الرئيسية لهذه الطريقة ايجاد الحلول بأقل وقت بالمقارنة مع الطرق الاخرى

(3-1) اهداف البحث

يتضمن البحث عدة اهداف منها

1- اختصار الوقت في ايجاد الحل المقبول لمسألة النقل

2- ايجاد اقصر الطرق واقل التكاليف في حل مسائل النقل

3- تقليل استخدام الالة الحاسبة في الحل

4- تقليل وقوع الاخطاء اثناء حل المسائل

(4-1) مشكلة البحث

ان المشكلة التي نبحث عنها هي الوقت المستغرق في ايجاد حل مسائل النقل في البرمجة الخطية من خلال ايجاد الحل المقبول بطريقة السمبلكس وتم معالجتها باستخدام الحل بطريقة كرامر وجاوس جوردان للحذف مع التذكير بعدم استخدام المتغيرات الوهمية في الحل وعدم تعميم هذا الحل على جميع مسائل البرمجة الخطية لان هنالك مسائل لا تحل بطريقتي كرامر وجاوس جوردان للحذف .

الفصل الثاني

- ❖ بحوث العمليات
- ❖ البرمجة الخطية
- ❖ مسألة النقل
- ❖ الطرق المستخدمة في حل مسألة النقل
  - طريقة الركن الشمالي الغربي
  - طريقة الركن الشمالي الشرقي
  - طريقة اقل التكاليف
  - طريقة فوجل التقريبية
  - طريقة روسيل التقريبية
  - طريقة المسار المتعرج
  - طريقة التوزيع المعدلة
  - طريقة السمبلكس
- ❖ طريقة كرامر
- ❖ طريقة جاوس جوردان للحذف

(1-2) بحوث العمليات (Operations Research)[1]

تخصص علمي يهتم باستخدام وتطبيق أساليب كمية لحل المسائل الاقتصادية المختلفة سواء على مستوى الاقتصاد الكلي او على مستوى الوحدات و يمكن مراكز اتخاذ القرار من اعتماد النتائج المتحصل عليها عند صياغة القرارات , لقد كانت مسألة التوزيع الأمثل للموارد الاقتصادية ذات أهمية كبيرة بالنسبة للاقتصاديين. وقد استخدموا نماذج رياضية متعددة لوصف المسائل الاقتصادية. ففي عام 1758 وضع (**كيناي Quesnay**) الجدول الاقتصادي، واستخدم فيه نماذج رياضية لوصف العلاقات الاقتصادية . وفي عام 1874 عرض (**فالراس**) نموذجه الرياضي للتوازن الاقتصادي، مستخدما فيه معادلات خطية. وأجرى (**نيومان Neumann**) واقتصاديون غيره ، تطويرا لنموذج التوازن الاقتصادي ، وشكل ذلك الأرضية المهمة التي تأسس عليها أسلوب البرمجة الخطية. واستخدم(**ليونتيف Leontief**) نموذج المستخدم المنتج، الذي يعتبر أول نموذج في البرمجة الخطية ، استخدم فيه معادلات خطية لتحليل العلاقات بين القطاعات الاقتصادية المختلفة في الاقتصاد القومي. ولكون المسائل الاقتصادية الكلية ، مسائل معقدة ترتبط بنواحي عديدة، فعليه برزت مشاكل ندرة المستلزمات الحربية وصعوبة الاتصالات، ومشاكل النقل والتخزين خاصة في الحرب العالمية الثانية ، لذلك تطلبت الحاجة فريق عمل متكامل لدراسة تلك المسائل.

في عام 1947 وضع (**دانترج Dantziq**)مسألة توزيع الموارد الاقتصادية على استخداماتها المختلفة ، في نموذج رياضي متقدم هو أسلوب(**Simplex**) لحل مسائل البرمجة الخطية، حيث تكون المتغيرات المستخدمة في النموذج متغيرات من الدرجة الأولى . واستمر الاقتصاديون والرياضيون في وضع دراسات تعتمد اسلوب البرمجة الخطية

(2 -2) البرمجة الخطية (Linear Programming)[3]

اولا :- تعريف البرمجة الخطية (Linear Programming) :-

هي اسلوب رياضي حديث يستعمل لإيجاد افضل الاستعمالات للموارد المحدودة المتاحة ولهذا الاسلوب جانبان هما البرمجة (**Program**) وتعني امكانية استعمال الحاسوب لإيجاد البرامج المختلفة لاستعمال الموارد المحدودة المتاحة لدى المنشأة وبما يتلاءم مع القيود المفروضة لدى المنشأة وبما يتلاءم مع القيود المفروضة على هذه الموارد . اما الخطية (**Linearity**) فيقصد بها العلاقات بين المتغيرات المحددة كافة للمشكلة قيد الدرس . علاقات خطية اي ان استجابة المتغيرات كافة هي استجابات واحدة وتتناغم مع استجابة دالة الهدف .

ثانيا :- نموذج البرمجة الخطية :-

هو عبارة عن مجموعة من المعادلات والمتباينات بالإضافة الى دالة الهدف ودائما نسعى لإيجاد الحل الامثل وهو الذي يحقق القيود كافة بوجود دالة الهدف (**Objection Function**).

ثالثا :- الهدف من البرمجة الخطية :-

ان الهدف الاساسي من استعمال نماذج البرمجة الخطية هو حل مشكلة ما تواجه الادارة ولذلك يتم الاستعانة بالبرمجة الخطية وهنا يستلزم الامر نقل المشكلة من حالتها الاولية (حالة الكلام او الحالة الانشائية والمتمثلة بالسرد الكلامي لتفاصيل المشكلة كافة) الى حالة المعادلات والمتباينات المعبرة عن المشكلة قيد الدرس وهنا يجب ان يوضح نموذج البرمجة الخطية ابعاد المشكلة الاصلية بتفاصيلها كافة . وبالأخير يمكن الحل الرياضي لنموذج البرمجة الخطية والذي يمثل اصلا حل للمشكلة المبحوثة وللحصول على الحل الامثل ولذلك يجب ان تستعمل الامور كافة من خبرة ودراية في صياغة نماذج البرمجة الخطية .

رابعا :- انواع الحلول في البرمجة الخطية :-

تكون الحلول في البرمجة الخطية على ثلاثة انواع هي :-

1- الحل (**Solution**) :- وهو حل ممكن الوصول اليه في اية مجموعة من المعادلات .

2- الحل الممكن (**Feasible Solution**) وهو الحل الذي يمكن ايجاده بعد التوصل الى الحل في الحالة الاولى وهذا الحل يحقق القيود كافة بشكل عام .

3- الحل الامثل (**Optimal Solution**) وهو الحل الذي يمكن ايجاده بعد التوصل الى الحل الممكن وهذا الحل يحقق كافة القيود بوجود دالة الهدف .

خامسا :- طرق حل نماذج البرمجة الخطية (Method of Solution of L.P Models)

هناك طريقتان اساسيتان لحل نماذج البرمجة الخطية وهما :-

1- الطريقة البيانية (Graphical Method) :- تصلح هذه الطريقة لحل مشاكل البرمجة الخطية التي تحتوي على متغيرين فقط وتستخدم اذا كانت المتغيرات مقيدة او غير مقيدة بالإشارة وتعتبر هذه الطريقة من الطرق البسيطة والتي تعطي نتائج دقيقة الا انها طريقة غير كفوءة في معالجة مشكلات البرمجة الخطية في الحياة العملية .

2- طريقة السمبلكس (Simplex Method) هذه الطريقة توصل اليها عالم الرياضيات البريطاني

(**Dantizg G.**) عام 1947 .تبدأ هذه الطريقة بإيجاد حل مبدئي اساسي ممكن ثم التحرك الى حل اساسي ممكن يكون افضل من الحل السابق وذلك بإحلال احد المتغيرات الغير اساسية محل المتغيرات الاساسية .

(3-2)مسألة النقل (Transportation Problem)[6]

من إحدى المواضيع الهامة المدرجة في بحوث العمليات قسم البرمجة الخطية، باعتبارها تهدف أيضا الى الوصول الى الامثلية في وجود مجموعة من القيود الخطية. وعلى وجه الخصوص تهتم بالبحث عن أقل تكلفة لنقل بضائع شخص طبيعي أو معنوي من مجموعة من المناطق الى مناطق أخرى و في حدود كميات محددة، أو البحث عن أعلى ربح أو عائد من جراء عملية النقل هذه، لذا فإنها شائعة الاستخدام على مستوى الاقتصاد الجزئي في المؤسسات الإنتاجية والتجارية وغيرها.

و تتكون مسألة النقل من التالي:

1- مجموعة من مواقع الطلب عددها n و التي تنقل إليها المنتجات، فالموقع j يمكن أن ينقل إليه d_j وحدة على الأقل.

2- مجموعة من مواقع العرض عددها m و التي تنقل منها المنتجات، فالموقع i يمكن أن ينقل منه s_i وحدة على الأكثر.

3- تكلفة نقل الوحدة الواحدة من مواقع العرضi إلى مواقع الطلبj و التي تمثل بالرمز C_{ij}

4- عدد الوحدات المنقولة من موقع العرض i إلى موقع الطلب j و التي تمثل بالرمز X_{ij}

و بالتالي فإن الشكل العام للصيغة الرياضية لهذه المسألة ستكون كالتالي:

$$\text{Min } w = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} C_{ij} X_{ij}$$

Subject to

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} \leq S_i \quad (i = 1,2, \dots\dots, m)$$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} \geq d_j \quad (j = 1,2, \dots\dots, n)$$

$$X_{ij} \geq 0$$

(4-2)الطرق المستخدمة في حل مسائل النقل [5]

1- طريقة الركن الشمالي الغربي (The North West Corner Method (NWCM))

التعريف: تستخدم لإيجاد الحل الممكن وهي من ابسط الطرق لحل مشاكل النقل ويتم اختيار خلية النقل الأولى الموجودة في العمود الأول الصف الأول (S1,D1) ويعتمد تعبئة الخلايا

باستخدام القانون(Min S_1, D_1) مع مراعاة تخصيص اقل الكميتين ويتم تعديل الكمية بعد

الاستيعاب وتكون الكمية المعروضة من مركز التسويق قد نفدت.

ثم نحسب التكاليف الكلية TOTAL COST (TC) وذلك بضرب التكلفة في الكمية الموجودة في كل خلية حتى النهاية.

ماذا يعاب على طريقة الزاوية الشمالية الغربية في حل مشاكل النقل؟

عدم تحقيق الاستفادة من التكلفة القليلة المتوفرة في مشكلة نقل معينة.

2-طريقة الركن الشمالي الشرقي(North-East Metheod)

هي نفس طريقة الركن الشمالي الغربي ولكن الفرق هو ان الحل الاساسي الأولي يبدأ من الزاوية الشمالية الشرقية عند رسم الجدول والكتابة باللغة العربية من اليمين الى اليسار ولذلك سميت هذي الطريقة بهذا الاسم.

3- طريقة اقل التكاليف (The Least Cost Method (LCM))

تستخدم لإيجاد الحل الأفضل وجدت هذه الطريقة لأنه يعاب على طريقة الزاوية الشمالية الغربية عدم تحقيق الاستفادة من التكلفة القليلة المتوفرة في مشكلة نقل معينة عند تلبية احتياجات مراكز الطلب.

لذلك وضعت هذه الطريقة لمعالجة هذا النوع من العيوب في نماذج النقل.

على ماذا تركز طريقة اقل التكاليف؟

اختيار أقل تكلفة متوفرة في الجدول ومن ثم تحديد جهتي العرض والطلب واختيار اقلهما وتعديل الكميات كل مرة حتى استنفاذ الكميات.

خطوات الحل باستخدام طريقة اقل التكاليف :

1- التحقق من توازن الجدول العرض - الطلب

2- نبدأ بالخلية اقل تكلفة ونلبي احتياجاتها بأقل كمية.

3- إذا تساوت أكثر من خلية بنفس التكلفة نختار احدهما وننتقل إلى الأخرى وهكذا حتى نفاذ الكمية

4- نحسب التكاليف الكلية

4-طريقة فوجل التقريبية (The Vogel's Approximation Method (VAM))

تستخدم لإيجاد الحل الأفضل لحل مشاكل النقل.

لماذا تعتبر من طريقة فوجل التقريبية من أفضل الطرق وأهمها؟ وذلك للسبب التالي:

لأنها تستخدم للحل الأفضل أو الأقرب إلى الحل الأمثل وهذا ما يميزها عن الطريقتين السابقتين.

ماذا يعاب على طريقة فوجل التقريبية؟

طول زمن ووقت إجراء العمليات الحسابية في حسابات الغرامات

خطوات الحل باستخدام طريقة فوجل التقريبية:

1- التحقق من توازن الجدول العرض - الطلب

2- إيجاد الفرق بين أقل تكلفتين في كل صف وفي كل عمود وتؤثر على جوانب الجدول تحت كل عمود وجنب كل صف.

3- تسمى الغرامة أو تكلفة الفرصة البديلة أو الجزاء.

4- تجمع مجموع الفروق ويجب عدم تساوي مجموع الفروق للصفوف والأعمدة حتى تستخدم طريقة فوجل.

5- تحدد أعلى جزاء اكبر فرق بأي صف أو أي عمود وذلك ليتم البدء بالحل به.

6- نختار الصف أو العمود صاحب أكبر جزاء ثم ننظر إلى الخلية ذات اقل تكلفة وتلبي احتياجاتها .

7- تقارن احتياجات المركز من المصدر ونأخذ القيمة الأقل ونعدل الكميات.

8-تعيد حساب الفرق للغرامة في كل مرة أخرى ونعيد الخطوات باستثناء جع الفروقات كل مرة

ملاحظة:

عن تساوي الفروق في الصفوف والأعمدة نأخذ أي منها ولكن تعبا الخلية الأقل تكلفة ثم الانتقال إلى الأخرى.

متى تفشل طريقة فوجل التقريبية؟

عندما يتساوى مجموع الفروق في الغرامات للصفوف وللأعمدة منذ البداية

5- طريقة روسيل التقريبية(Russesl Approximation Method(R.A.M))

هذه الطريقة افضل من طريقة فوجل لأنها تعطينا حل ابتدائي أقرب للحل الأمثل (خصوصا للمصفوفات الكبيرة)

خطواتها هي :

أ- تحديد أعلى كلفة نقل لكل صف (يرمز لها a^-) ولكل عمود (يرمز لها b^-)

ب- تشكيل مصفوفة جديدة كلفتها هي $\left(\mathrm{C_{ij}} - \mathrm{a} - \mathrm{b^-}\right) = \mathrm{C_{ij}^-}$

ج- نحدد الخلية التي لها أصغر كلفة نقل(C_{ij}^-) ونعطي لمتغيرها اكبر كمية ممكنة والتي تساوي

Min. (ai,bj)

د- يحذف الصف (العمود) المتحقق وتغير كمية تجهيز الصف او الصف او طلب العمود الذي تقع فيه الخلية إلى مقدار الفرق بين كميتي التجهيز والطلب المقابلة لهما .

ه- ١- اذا بقى صف (عمود) واحد نعطي الصف (العمود) المتبقي كميات الطلب

والتجهيز المتبقية

٢- اذا بقى اكثر من صف (عمود) واحد نعود للخطوة (أ).

(5-2)اختبار أمثلية الحل لجدول النقل Optimal Solution [5]

للحصول على أمثليه الحل يتم اختبار جدول النقل بإحدى الطريقتين:

أولاً: طريقة المسار المتعرج: المسار المغلق خطوات الحجر المتنقل (Stepping Stone method)

التعريف:

هي تقييم جميع الخلايا الفارغة غير مشغولة في جدول الحل الأولي بمعنى اختبار فعالية استخدام الخلايا في الحل

هدفها :

تهدف المعرفة اثر استخدام كل خلية فارغة على مجموع التكاليف الكلية

الطريقة العملية:

عمل مسار مغلق لكل خلية فارغة يبدأ بالخلية غير مستخدمة فارغة تحيط بها خلايا مشغولة في الحل الأولي وينتهي بها وإذا وجدنا أن مليء خلية معينة فارغة يؤدي إلى تقليل التكاليف تعدل الجدول

شروط وخطوات استخدام المسار المتعرج:

1- التحقق من قانون عدد الخلايا المستخدمة - عدد الصفوف + عند الأعمدة - 1

2- تحديد عدد الخلايا الفارغة التي لا تحتوي على كميات = عند المسارات الحرجة.

3- يجب البدء والنهاية للمسار المغلق عند الخلية الفارغة المراد تقييمها ونعود إلى الخلية الفارغة بأقصر مسافة ممكنة

4- ونسير على الخلايا الممتلئة المشغولة فقط إما أفقيا أو عموديا المسار يكون خطوط مستقيمة عمودية على الخلايا المشغولة بزوايا قائمة

5- لكل خلية غير مشغولة مسار واحد فقط اقصر ما يمكن

-6- تؤشر على التكلفة بدوائر تبدأ + ثم - ثم + ثم - ويغلق المسار

7- نحسب التكلفة غير مباشرة لكل خلية فارغة حتى يتبين هل تؤثر على التكاليف

8- الحل الأمثل هو التكلفة غير مباشرة لكل خلية فارغة موجبه أو صفر يعني المسار غير مجدي لكن إن كان المسار سالب يعني انه مجدي ويجب فتحة وتعديله لأنه سيخفض التكاليف

9- وللحفاظ على عدم سلبية الخلايا نأخذ الخلايا اقل قيمة سالبة بالتكاليف : وتطرح كميتها في الخلية من الخلايا السالبة وتجمع إلى الخلايا الموجبة بذلك يتم تعديل الجدول.

كيف يتم تعديل جدول النقل؟

يتم اختيار المسارات السالبة الأكثر في التخفيض يتم اختياره وتعديل الخلية نفسها بأخذ مسارها المتعرج ويتم مقارنة الكميات في التكلفة غير مباشرة المالية بينها واختيار الكمية الأقل تطرح من الخلايا السالبة وتضاف للخلايا الموجبة

ماذا تعني باختيار أمثلية الحل؟

بمعنى هل ممكن نقلل من تكلفة النقل للمشكلة المعنية من التكاليف الكلية أم هي اقل تكلفة نقل ممكنة ولا يتم تقليلها - التأكد هل الحل امثل أم لا هي يمكن تخفيض التكلفة أو لا

ثانياً: طريقة التوزيع المعدلة (Modified Distribution Method)

طريقة تعتبر أسهل من المسار المتعرج، يتم عملها بفرض معادلة من الصفوف والأعمدة والتكلفة

خطوات حل بطريقة التوزيع المعدلة:

1- التحقق من : عدد الخلايا المستخدمة =عدد الصفوف + عدد الأعمدة - 1

2- تكوين معادلة :

$U_i + V_i = C_{ij}$

تكلفة الخلية التي تقع في الصفة والعمود j الموجودة في المربعات الصغيرة = المتغير الخاص بالعمود j التي تقع في الخلية المعنية+ المتغير الخاص بالصف i التي تقع في الخلية المعنية

3- إيجاد حل المعادلات الخاصة للخلايا المشغولة: وذلك بطريقة التعويض وهو بفرض احد المجاهيل صفر الأكثر تكرارا ويتم إيجاد قيم متغيرات الصفوف (U3,U2,U1) وقيم متغيرات الأعمدة (V3,V2,V1)

4- يتم تقييم كل خلية فارغة غير مشغولة بحساب التكلفة غير مباشرة $E_{ij} = C_{ij} - U_i - V_i$

5- إيجاد تقييم الخلايا الفارغة للمسار الحرج المسار المغلق لخلية

6 - تعديل جدول النقل مثل المسار الحرج النظر إلى التكاليف السالبة في المسار وطرح كميته من التكلفة السالبة وأضافة الكمية للخلايا الموجبة

7- إذا كانت قيم Eij تقيم الخلايا الفارغة موجبة أو صفر تعني الحل الأمثل

8- تحسب تكلفة آخر جدول تم تعديله

(6-2)طريقة السمبلكس (Simplex) [1]

تعتبر طريقة عامة لحل مشاكل البرمجة الخطية، ولكن توجد بعض من هذه المشاكل التي يمكن حلها بطرق ابسط من طريقة السمبلكس، وذلك راجع لخصائص هذه المشاكل، ومن هذه المشاكل التي يمكن حلها بغير طريقة السمبلكس مشكلة النقل. تتلخص مشكلة النقل في وجود عدة مراكز للإنتاج سترمز لها بالرموز $a_1, a_2 \ldots\ldots, a_m$ والذين ينتجون الكميات $A_1, A_2 \ldots\ldots, A_m$ ، وكذلك يوجد عدة نقط للاستهلاك سنرمز لها بالرموز $b_1, b_2 \ldots\ldots, b_m$ والتي تحتاج الى الكميات$B_1, B_2 \ldots\ldots, B_m$ ،

وسوف تفترض أن مجموع الكميات المتاحة يساوي الكميات المطلوبة، والمطلوب استيفاء حاجة مراكز الاستهلاك من مراكز الانتاج، بحيث تكون تكلفة نقل الكميات من مراكز الانتاج الى مراكز الاستهلاك اقل ما يمكن، وذلك لأن تكلفة نقل الوحدة من أي مركز انتاج الى اي مركز استهلاك مختلفة عن بعضها البعض، والمطلوب هنا هو جعل تكلفة النقل اقل ما يمكن ولا يؤخذ الوقت في الاعتبار، ولذلك تسمى في هذه الحالة مشكلة النقل حسب معيار التكلفة. سوف نرمز للكمية المنقولة من مراكز الانتاج 1 الى مراكز الاستهلاك j وبالرمز X_{ij} وتعطى مشكلة النقل في صورة جدول يشمل تكلفة نقل الوحدة من السلعة من مراكز الانتاج الى مراكز الاستهلاك، وعمود وصف اضافيين يبينان الكميات المتاحة في مراكز الانتاج والكميات المطلوبة لمراكز الاستهلاك

خطوات حل طريقة السمبلكس :-

1- نحول نموذج البرمجة الخطية إلى الصيغة القياسية

2 - نكون جدول الكل الأولي الممكن عن طريق تفريغ جميع المعادلات. (القيود ودالة الهدف)

3- نحدد المتغير الداخل والذي يسمى (بالعمود المحوري) الذي يمثل اكبر قيمه السالب في صف داله الهدف في جدول الحل الممكن.

4- تحديد المتغير الخارج (الصف المحوري) عن طريق قسمه قيم محمود R.H.S على قيم المتغير الداخل باستثناء (الصفر والقيم السالبة) بالعمود المحوري. والمتغير الذي يقابل اصغر قيمه موجبه في عمود القسمة سيمثل العمود الخارج (الصف المحوري)

5- نحدد العنصر المحوري والذي يمثل الصفر الناتج من تقاطع العمود المحوري مع الصف المحوري

6- تقوم بتحسين الحل السابق للحصول على الحل الافضل من خلال بناء جدول الحل الافضل

أ- ايجاد المعادلة المحورية من خلال قسمه قيم الصف المحوري في جدول الحل السابق على الصفر المحوري وادراج الصف الناتج في جدول الحل الافضل امام متغير القرار الداخلي الذي حل محل المتغير الاساسي

ب - ايجاد معاملات المغيرات الأساسية الجديدة (Si, z) معاملات الصف المتغير الاساسي الجديد تساوي معاملات الصف المتغير الاساسي القديم (-) معامل المتغير الداخلي في صف المتغير الاساسي القديم (×)المعادلة المحورية

7- اذا كانت معاملات داله الهدف الجديدة Z اكبر او تساوي صفر في جدول الحل الافضل فأن هذا الجدول سيمثل الحل الامثل اما اذا كانت احدى معاملات Z في جدول الحل الافضل أقل من صفر فيجب تعيين الحل الافضل للوصول الى الحل الامثل وذلك بأعاده الخطوات السابقة وكما مبين في المثال ادناه

EX

Max Z =$8x_1 + 6x_2$

$4x_1 + 2x_2 \leq 60$

$2x_1 + 4x_2 \leq 48$

$x_1, x_2 \geq 0$

Solution:

$-8x_1 - 6x_2 - 0s_1 - 0s_2 \ = 0$

$4x_1 + 2x_2 + s_1$=60

$2x_1 + 4x_2 + s_2 = 48$

$x_{1,} x_2, s_1, s_2 \geq 0$

1		x_1	x_2	s_1	s_2	R.H.S
	s_1	**4**	2	1	0	60
	s_2	2	4	0	1	48
	Z	-8	-6	0	0	0

2		x_1	x_2	s_1	s_2	R.H.s
	x_1	1	0.5	0.25	0	15
	s_2	0	**3**	-0.5	1	18
	Z	0	-2	2	0	120

3		x_1	x_2	s_1	s_2	R.H.S
	x_1	1	0	0.58	-0.165	12
	x_2	0	1	-0.66	0.33	6
	Z	0	0	0.68	0.66	132

$x_1 = 12$

$x_2 = 6$

Z = 132

(7-2)طريقة كرامر(Cramer's rule)[7]

اذا كان AX= B نظاماً لمعادلات خطية مكونه من n من المتغيرات بحيث $|A| \neq 0$

يكون للنظام حل هو $j = 1,2,3,\ldots \ldots \ldots n$, $X_j = \frac{|A_j|}{|A|}$

حيث | A_j | هي محدد المصفوفة الناتجة من ابدال عناصر العمود (j) للمصفوفة A بعناصر العمود B

عند الحل باستخدام قاعدة كرامر نتبع الاسلوب التالي:

(1)نحول النظام الى نظام المصفوفات

(2) نجد المحدد للمصفوفة الممتدة A

(3) نجد المحدد للمصفوفات A1,A2, A3

(4) ثم نطبق القاعدة

$$x_1 = \frac{A_1}{A}, \quad x_2 = \frac{A_2}{A} \quad , x_3 = \frac{A_3}{A}$$

كما في المثال التالي

$\boldsymbol{EX_1}$

$\mathbf{A} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$, $\mathrm{B} = \begin{vmatrix} 3 \\ 4 \end{vmatrix}$, $\mathbf{X} = \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \end{vmatrix}$

Solution:

$|\mathbf{A}| = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$

$|A| = (-2 - 1)$

$|A| = -3$

$|\boldsymbol{D_1}| = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}$

$|\boldsymbol{D_1}| = (-3 - 4)$

$|\boldsymbol{D_1}| = -7$

$|\boldsymbol{D_2}| = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$

$|\boldsymbol{D_2}| = (8 - 3)$

$|\boldsymbol{D_2}| = 5$

$\boldsymbol{x_1} = \dfrac{|\boldsymbol{D_1}|}{|\boldsymbol{A}|}$

$\boldsymbol{x_1} = \dfrac{\mathbf{-7}}{\mathbf{-3}}$

$\boldsymbol{x_1} = \mathbf{2.33}$

$\boldsymbol{x_2} = \dfrac{|\boldsymbol{D_2}|}{|\boldsymbol{A}|}$

$\boldsymbol{x_2} = \dfrac{\mathbf{5}}{\mathbf{-3}}$

$\boldsymbol{x_2} = \mathbf{-1.67}$

(8-2)طريقة جاوس جوردان للحذف (gauss jordan elimination [4](method

عندما يكون العنصر القطري a_{ii} يساوى الصفر فإنه حتى لا تتعرض لأخطار القسمة على الصفر فإننا نقوم باستبدال هذا الصف الذى يحتوى a_{ii} مع أي صف آخر تالي له باستخدام العملية $E_i \leftrightarrow E_j$ التي لا تؤثر على المصفوفة أو على نتيجة الحل. سنرى في هذا الجزء أنه لتقليل خطأ التقريب نتيجة عدد الخانات المحدد في العمليات الحسابية فإنه من الضروري أن نقوم بإجراء عملية الاستبدال على الصفوف حتى لو لم يكن العنصر a_{ii} يساوى صفرا. هذه العملية تسمى المحورة pivoting.

لقد رأينا أننا في كل مرحلة نستخدم عملية القسمة $m_{ki} = {}^{a_{ki}}/_{a_{ii}}$ في عمليات تصفير العناصر التي تقع

أسفل العنصر المحوري أو القطري a_{ii} في هذه القسمة إذا كان العنصر a_{ii} صغيرا جدا فإن مقدار الكمية m_{ki} سيكون كبيرا جدا مما سيتسبب في خطأ تقريب عند استخدام هذه الكمية الكبيرة في عمليات حسابية أخرى مثل الضرب أو الطرح من عناصر أخرى مما قد يتسبب في خطأ الحذف. فمثلا في مراحل التعويض العكسي فإننا نحسب قيمة X_i باستخدام المعادلة:

$$X_i = \frac{b_i - \sum_{J=i+1}^{n} a_{ii}}{a_{ii}}$$

عندما يكون العنصر a_{ii}صغيرا جدا فإن أي خطأ تقريب أو حذف نتيجة عملية الطرح التي في البسط سيتم تكبيره بدرجة كبيرة جدا نتيجة القسمة على هذه الكمية الصغيرة a_{ii}

عند الحل باستخدام قاعدة جاوس جوردان للحذف نتبع الاسلوب التالي:

(1) نحول النظام الى نظام المصفوفات

(2) نجعل قطر المصفوفة الرئيسي يساوي واحد

(3) نصفر القيم التي تكون فوق وتحت القطر الرئيسي

(4) تظهر قيم المتغيرات مباشرة

وكما موضح في المثال التالي

EX_2

2X+y=4

X-y=-1

Solution:

$$\mathbf{A} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \quad , \quad B = \begin{vmatrix} 4 \\ -1 \end{vmatrix}$$

$$Z = \begin{vmatrix} 2 & 1 & :4 \\ 1 & -1 & :-1 \end{vmatrix} \Rightarrow R_1 \leftrightarrow R_2$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & :-1 \\ 2 & 1 & :4 \end{vmatrix} \Rightarrow R_2 - 2R_1$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & :-1 \\ 0 & 3 & :6 \end{vmatrix} \Rightarrow \frac{1}{3}R_2$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & :-1 \\ 0 & 1 & :2 \end{vmatrix} \Rightarrow R_1 + R_2$$

$$Z = \begin{vmatrix} 1 & 0 & :1 \\ 0 & 1 & :2 \end{vmatrix}$$

X=1 , Y=2

الفصل الثالث

❖ المثال الاول

- الحل بطريقة السمبلكس
- الحل بطريقة كرامر
- الحل بطريقة جاوس جوردان للحذف

❖المثال الثاني

- الحل بطريقة السمبلكس
- ملاحظة تفسر عدم امكانية الحل بطريقتي كرامر وجاوس جوردان للحذف

المثال الاول

تنتج احد الشركات ثلاث انواع من السلع (A,B,C)تصنع كل سلعة على ثلاث مراحل كل مرحلة في احد الاقسام الثلاثة الموجودة في الشركة فاذا كان صنع السعة A يحتاج ساعة واحدة من العمل في القسم الاول وساعة واحدة في القسم الثاني ولا يتطلب ساعات عمل في القسم الثالث ويحتاج صنع السلعة B ساعة واحدة من العمل في القسم الاول ولا يتطلب ساعات عمل في القسم الثاني و3 ساعات عمل في القسم الثالث ويحتاج صنع السلعة C لا يتطلب ساعات عمل في القسم الاول وساعة واحدة من العمل في القسم الثاني ولا يتطلب ساعات من العمل في القسم الثالث علما ان ساعات العمل المتاحة في القسم الاول ساعتان والقسم الثاني 6 ساعات والقسم الثالث ساعة واحدة اسبوعيا فاذا كان ربح السلعة A هو 6$ والسلعة B هو 8$ والسلعة C هو 2$ جد اعظم قيمة للربح

حل السؤال التالي بطريقة السمبلكس و كرامر وجاوس جوردان للحذف ان امكن

Solution:

1- الحل بطريقة السمبلكس

1/ Max Z =$6x_1 + 8x_2 + 2x_3$
2/ $x_1 + x_2 + 0x_3 \leq 2$

$x_1 + 0x_2 + 3x_3 \leq 6$

$0x_1 + x_2 + 0x_3 \leq 1$
3/ $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

……………………………………………………………………………………………

$-6x_1 - 8x_2 - 2x_3 - 0s_1 - 0s_2 - 0s_3 = 0$

$x_1 + x_2 + 0x_3 + s_1 = 2$

$x_1 + 0x_2 + 3x_3 + s_2 = 6$

$0x_1 + x_2 + 0x_3 + s_3 = 1$

$x_1, x_2, x_3, s_1, s_2, s_3 \geq 0$

1		x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	R.H.S
	s_1	1	1	0	1	0	0	2
	s_2	1	0	3	0	1	0	6
	s_3	0	1	0	0	0	1	1
	Z	-6	-8	-2	0	0	0	0

2		x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	R.H.S
	s_1	1	0	-2	1	0	-1	1
	s_2	1	0	0	0	1	0	6
	x_2	0	1	3	0	0	1	1
	Z	-6	0	-2	0	0	8	8

3		x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	R.H.S
	x_1	1	0	0	1	0	-1	1
	s_2	0	0	3	-1	1	1	5
	x_2	0	1	0	0	0	1	1
	Z	0	0	-2	6	0	2	14

4		x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	R.H.S
	x_1	1	0	0	1	0	-1	1
	x_3	0	0	1	$-1/3$	$1/3$	$1/3$	$5/3$
	x_2	0	1	0	0	0	1	1
	Z	0	0	0	$16/3$	$2/3$	$8/3$	$52/3$

$x_1 = 1$

$x_2 = 1$

$x_3 = \frac{5}{3}$

$x_3 = 1.67$

Z = $\frac{52}{3}$

Z= 17.33

2- الحل بطريقة كرامر

Max Z=$\boldsymbol{6x_1 + 8x_2 + 2x_3}$

s.t

$\boldsymbol{x_1 + x_2 + 0x_3 = 2}$

$\boldsymbol{x_1 + 0x_2 + 3x_3 = 6}$

$\boldsymbol{0x_1 + x_2 + 0x_3 = 1}$

$\boldsymbol{x_1, x_2, x_3 \geq 0}$

Solution:

$\mathbf{A} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$, **B**$= \begin{vmatrix} 2 \\ 6 \\ 1 \end{vmatrix}$, $\mathbf{X} = \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{vmatrix}$

$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$

$|A| = [(0 + 0 + 0) - (0 + 3 + 0)]$

$|A| = -3$

$$|\boldsymbol{D_1}| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 6 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$|\boldsymbol{D_1}| = [(0+3+0)-(0+6+0)]$$

$$|\boldsymbol{D_1}| = -3$$

$$|\boldsymbol{D_2}| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 6 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$|\boldsymbol{D_2}| = [(0+0+0)-(0+3+0)]$$

$$|\boldsymbol{D_2}| = -3$$

$$|\boldsymbol{D_3}| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$|\boldsymbol{D_3}| = [(0+0+2)-(0+6+1)]$$

$$|\boldsymbol{D_3}| = -5$$

$$|\boldsymbol{X_1}| = \frac{|\mathbf{D_1}|}{|\mathbf{A}|}$$

$$|\boldsymbol{X_1}| = \frac{-3}{-3}$$

$$|\boldsymbol{X_1}| = 1$$

$$|\boldsymbol{X_2}| = \frac{|D_2|}{|A|}$$

$$|\boldsymbol{X_2}| = \frac{-3}{-3}$$

$$|\boldsymbol{X_2}| = 1$$

$|\boldsymbol{X_3}|=\frac{|\boldsymbol{D_3}|}{|\boldsymbol{A}|}$

$|\boldsymbol{X_3}| = \frac{-5}{-3}$

$|\boldsymbol{X_3}| = 1.67$

$|\boldsymbol{Z}| = 6x_1 + 8x_2 + 2x_3$

$|\boldsymbol{Z}|=[6(1) + 8(1) + 2(1.67)]$

$|\boldsymbol{Z}|$=17.33

3- الحل بطريقة جاوس جوردان للحذف

$\boldsymbol{Z = 6x_1 + 8x_2 + 2x_3}$

$\boldsymbol{x_1 + x_2 + 0x_3 = 2}$

$\boldsymbol{0x_1 + x_2 + 0x_3 = 1}$

$\boldsymbol{x_1 + 0x_2 + 3x_3 = 6}$

$\boldsymbol{x_1, x_{2,} x_3 \geq 0}$

Solution:

$$\boldsymbol{A} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0:2 \\ 0 & 1 & 0:1 \\ 1 & 0 & 3:6 \end{vmatrix} \Rightarrow R_1 - R_2$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0:1 \\ 0 & 1 & 0:1 \\ 1 & 0 & 3:6 \end{vmatrix} \Rightarrow R_3 - R_1$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0:1 \\ 0 & 1 & 0:1 \\ 0 & 0 & 3:5 \end{vmatrix} \Rightarrow \frac{R_3}{3}$$

$$\mathbf{A} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & :1 \\ 0 & 1 & 0 & :1 \\ 0 & 0 & 1 & :5/3 \end{vmatrix}$$

$x_1 = 1$

$x_2 = 1$

$x_3 = \frac{5}{3}$ =1.67

Z=$6x_1 + 8x_2 + 2x_3$

Z=6(1) +8(1)+2(1.67)

Z= 17.33

المثال الثاني

تقوم شركة اقتصادية بأنتاج ثلاث اصناف مختلفة من البضائع (A,B,C) وكل صنف من هذه الاصناف يمر عبر ثلاث ورش تصنيع على النحو التالي:

الورشة الاولى : طاقة العمل القصوى 36 ساعة (6 عمال كل عامل يعمل 6 ساعات) مع العلم ان

المنتج A يتطلب 3 ساعات عمل داخل الورشة و المنتج B يتطلب 4 ساعات عمل داخل الورشة والمنتج C يتطلب 3 ساعات عمل داخل الورشة

الورشة الثانية : طاقة العمل القصوى 28 ساعة (4 عمال كل عامل يعمل 7 ساعات) مع العلم ان

المنتج A يتطلب 2 ساعات عمل داخل الورشة و المنتج B يتطلب 3 ساعات عمل داخل الورشة والمنتج C يتطلب 3 ساعات عمل داخل الورشة

الورشة الثالثة : طاقة العمل القصوى 18 ساعة (3 عمال كل عامل يعمل 6 ساعات) مع العلم ان

المنتج A يتطلب1 ساعة عمل داخل الورشة و المنتج B يتطلب 2 ساعات عمل داخل الورشة والمنتج C يتطلب 3 ساعات عمل داخل الورشة

كما ان الربح الصافي للوحدة الواحدة من كل صنف هي :

_ الصنف A :50 ل س

_ الصنف B : 60 ل س

_ الصنف C :62 ل س

حل السؤال التالي بطريقة السمبلكس و كرامر وجاوس جوردان للحذف ان امكن

Solution:

1)الحل بطريقة السمبلكس

Max Z=$50x_1 + 60x_2 + 62x_3$

$3x_1 + 4x_2 + 3x_3 \leq 36$

$2x_1 + 3x_2 + 3x_3 \leq 28$

$x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 18$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

……………………………………………………………………………………………

$-50x_1 - 60x_2 - 62x_3 - 0s_1 - 0s_2 - 0s_3 = 0$

$3x_1 + 4x_2 + 3x_3 + s_1 = 36$

$2x_1 + 3x_2 + 3x_3 + s_2 = 28$

$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + s_3 = 18$

$x_1, x_2, x_3, s_1, s_2, s_3 \geq 0$

1		x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	R.H.S
	s_1	3	4	3	1	0	0	36
	s_2	2	3	3	0	1	0	28
	s_3	1	2	3	0	0	1	18
	Z	-50	-60	-62	0	0	0	0

2		x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	R.H.S
	s_1	2	2	0	1	0	-1	18
	s_2	1	1	0	0	1	-1	10
	x_3	0.33	0.67	1	0	0	0.33	6
	Z	-29.33	-18.67	0	0	0	20.33	372

3		x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	R.H.S
	x_1	1	1	0	0.5	0	-0.5	9
	s_2	0	0	0	-0.5	1	0.5	1
	x_3	0	0.33	1	-0.165	0	0.05	3
	Z	0	10.66	0	14.66	0	5.66	636

Z=636

$x_1 = 9$

$x_2 = 0$

$x_3 = 3$

2) لا يمكن حل هذه المسألة بطريقة كرامر وطريقة جاوس جوردان للحذف لان محدد المصفوفة يساوي صفر وفي هذه الحالة تكون المصفوفة غير قابلة للعكس كما موضح ادناه

$$\mathbf{A} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$|A|$=(27+12+12)-(24+18+9)

$|A|$=51-51

$|A|$=0

العمل المستقبلي (future work)

1_ دراسة إمكانية تطبيق طرق الحل المقترحة مثل طريقة كرامر أو طريقة جاوس جوردن للحذف على مسائل البرمجة اللاخطية

2_ بحث إمكانية استخدام طرق التحليل العددي المطروحة في بحثنا هذا للحصول على الحل الأمثل وليس الاكتفاء بالحل المقبول

3_ إجراء دراسة شاملة على الطرق العددية وبحث قابليتها على التفاعل مع مسائل البرمجة الخطية وبالذات مسائل النقل ومسائل أخرى كمسائل التغذية

المصادر

1- صلاح رسول حمزة السلطاني / البرمجة الخطية / 2002

2- أ .م سعد احمد عبد الرحمن , أ .م عبد الجبار خضر بخيت النعيمي , م. عباس حسين بطيخ / مقدمة في نماذج البرمجة الخطية بين النظرية والتطبيق /2013

3- م. صالح محمد حسين / البرمجة الخطية /2023

4- محمد ابراهيم العدوي / التحليل العددي / 2018

5- أ. رند عمران مصطفى الاسطل /بحوث العمليات والاساليب الكمية في صنع القرارات الادارية /2016

6- د. محمد راتول /بحوث العمليات /2006

7- م. م أيوب يوسف/جبر خطي /2019-2020