جمهورية العراق
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة ميسان
كلية التربية الأساسية – قسم الرياضيات

حل خمس مسائل في البرمجة الخطية بطريقة السمبلكس

بحث
مقدم الى مجلس كلية التربية الأساسية في جامعة ميسان كجزء من متطلبات
نيل درجة البكالوريوس في الرياضيات

مقدم من قبل
احمد مختار بنو حسين باسم عجيل حسن كاظم ضيول

بإشراف
د.علي فرحان حاشوش

1447هـ 2026م

إقرار المشرف

اشهد ان هذا البحث الموسوم

(حل خمس مسائل في البرمجة الخطية باستخدام طريقة السمبلكس)

الذي تقدم به كل من :

احمد مختار بنو

حسين باسم عجيل

حسن كاظم ضيول

قد جرى تحت اشرافي في جامعة ميسان كلية التربية الأساسية / قسم الرياضيات وهذا جزء من متطلبات نيل شهادة البكالوريوس في التربية الأساسية قسم الرياضيات .

التوقيع :

اسم المشرف : .....

اللقب العلمي : .....

السنة الدراسية : .....

بناء على توصية المشرف أقدم هذا البحث للمناقشة .

أ.م.د سامي عطية سيد

رئيس قسم الرياضيات

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

{وَإِذْ تَأَذَّنَ رَبُّكُمْ لَئِن شَكَرْتُمْ لَأَزِيدَنَّكُمْ ۖ
وَلَئِن كَفَرْتُمْ إِنَّ عَذَابِي لَشَدِيدٌ (7) }

من سورة إبراهيم ايه رقم (7)

الإهداء

إلى باب مدينة العلم، ومنار الهدى، وأمير المؤمنين؛ سيدي ومولاي علي بن أبي طالب (عليه أفضل الصلاة والسلام)، وإلى العترة الطاهرة من آل بيت المصطفى الذين أضاءوا لنا دروب الحق واليقين..

إلى السند المتين والقلب الكبير، إلى من وهبني الحياة وعلّمني أن الطموح لا يحده سقف.. (والدي العزيز).

إلى نبع الحنان، ودعواتها التي كانت تحفّني في كل خطوة، ومن كان رضاها غايتي وسر توفيقي.. (والدتي الغالية).

إلى إخوتي وأخواتي، ورفقاء الدرب من الأهل والأقربين، كلٌّ باسمه وجميل أثره، إلى من ساندوني بكلمة طيبة أو وقفة صادقة طوال مسيرتي الدراسية.

إلى جميع شهداء وطننا العراق

أهدي إليكم ثمرة جهدي هذا، وفاءً وحبًا وامتنانًا.

الشكر والتقدير

الحمد لله الذي أنار لنا درب العلم، ووفقنا لإتمام هذا الجهد المتواضع، والصلاة والسلام على خير الأنام محمد وآله الطيبين الطاهرين.

أتقدم بجزيل الشكر وعظيم الامتنان إلى صرحي العلمي الشامخ "جامعة ميسان"، هذا الصرح الذي نهلنا من معينه العلم والمعرفة.

كما يطيب لي أن أتقدم بوافر الشكر والتقدير والثناء إلى أستاذي الفاضل المشرف (الدكتور علي فرحان حاشوش)؛ لما قدمه لي من نصح وإرشاد، وما أبداه من سعة صدر وتوجيهات سديدة كان لها الأثر البالغ في إغناء هذا البحث وإخراجه بصورته النهائية، فجزاه الله عني خير جزاء المحسنين.

والشكر موصول إلى الأساتذة الأفاضل في أعضاء لجنة المناقشة، الذين سيمنحون هذا البحث جزءاً من وقتهم الثمين لتقويمه وتسديده.

وأخيراً، أتوجه بالشكر لكل من قدم لي يد العون والمساعدة، ولو بكلمة طيبة، طيلة مشواري الدراسي.

الباحثون :

احمد مختار بنو حسين باسم عجيل حسن كاظم ضيول

المستلخص

يتناول هذا البحث موضوع بحوث العمليات، مع التركيز على أساليب البرمجة الخطية، حيث تم تقسيمه إلى اربعة فصول رئيسية تغطي الجوانب النظرية والتطبيقية لحل المشكلات باستخدام الأساليب الكمية.

تم توضيح كيفية تحويل المشكلات الواقعية إلى نموذج رياضي دقيق، من خلال تحديد متغيرات القرار، وبناء دالة الهدف التي تمثل الهدف المطلوب تحقيقه (تعظيم أو تقليل)، إضافة إلى صياغة القيود التي تعكس حدود الموارد والإمكانات المتاحة. وتُعد هذه المرحلة الأساس الذي تُبنى عليه بقية خطوات الحل.

و تم التطرق إلى الصيغة القياسية لنماذج البرمجة الخطية، حيث تم شرح كيفية تحويل النموذج الرياضي إلى شكل قياسي مناسب للحل، من خلال تحويل المتباينات إلى معادلات، وإضافة متغيرات الركود (Slack Variables)، وضمان عدم سلبية المتغيرات. وتكمن أهمية هذه المرحلة في تهيئة النموذج لاستخدام طرق الحل، وخاصة الطرق الجدولية.

باعتبارها طريقة تناسب حل المسائل التي صيغت بالبحث تم تناول طريقة السمبلكس، باعتبارها من أهم الطرق المستخدمة في حل مسائل البرمجة الخطية. حيث تم شرح خطواتها بالتفصيل، ابتداءً من تكوين جدول السمبلكس، ومروراً بآلية اختيار المتغير الداخل والخارج، وصولاً إلى إجراء العمليات الحسابية المتتالية للوصول إلى الحل الأمثل. كما تم توضيح كيفية تفسير النتائج النهائية وربطها بالمشكلة الأصلية، مع الإشارة إلى أن المسائل التطبيقية الواردة في هذا البحث تم إنشاؤها وتصميمها من قبل الباحث نفسه بهدف توضيح المفاهيم بشكل عملي.

وفي الختام، يبرز البحث أهمية استخدام الأساليب الكمية في اتخاذ القرارات، ودور طريقة السمبلكس في إيجاد حلول دقيقة وفعالة لمشكلات تتعلق بتخصيص الموارد وتحقيق أفضل النتائج الممكنة .

جدول المحتويات

الموضوع	رقم الصفحة
إقرار المشرف	II
الآية القرآنية	II
الأهداء	III
الشكر والتقدير	IV
المستلخص	V
جدول المحتويات	VI
مشكلة البحث	VII
أهمية البحث	VII
اهداف البحث	VII
الفصل الأول	1
مقدمة البرمجة الرياضية	2
دالة الهدف وانواعها	2
تعريف مجموعة القيود	3
متغيرات القرار	3
المشكلات الامثلية	3
البرامج الرياضي	4
اهم أنواع البرمجة الرياضية	4
صياغة المشكلة	5
الحل التقليدي	5
الفصل الثاني	9
الصيغة القياسية	10
شروط اللاسلبية	10
المتغيرات المساعدة والمتغيرات الزائدة	11
إيجاد حل أولى ممكن	11
كتابة المسائل من 1 الى 5 بصورة مصفوفات	12
الفصل الثالث	17
طريقة السمبلكس	18
جدول السمبلكس	18
تبسيط الجدول	20
خطوات طريقة السمبلكس	20
حل المسائل من 1 الى 5	21
الفصل الرابع	34
نتائج البحث	35
الاستنتاجات والتوصيات	36
الخاتمة والمقترحات	37
المصادر	38

❖ مشكلة البحث

تُعد بحوث العمليات من الأدوات العلمية المهمة في دعم اتخاذ القرار، إلا أن هناك صعوبة يواجهها العديد من الطلبة والباحثين في فهم كيفية صياغة المشكلات بشكل دقيق وتحويلها من صيغة لفظية إلى نموذج رياضي واضح. كما تبرز مشكلة أخرى في التعامل مع الصيغة القياسية وتطبيق طريقة السمبلكس بصورة صحيحة، مما يؤدي إلى حدوث أخطاء في خطوات الحل أو الوصول إلى نتائج غير دقيقة. لذلك تتمثل مشكلة البحث في وجود ضعف في الربط بين الجانب النظري والتطبيقي في موضوع البرمجة الخطية. واهم مشكلة غي بحثنا هي اننا قمنا بتناول مشكلات بعض المصانع والمعامل وقمنا بإدخال المشكلة في البرمجة الخطية وإيجاد الحلول المثلى لها , باستخدام طريقة السمبلكس .

❖ أهمية البحث

تنبع أهمية هذا البحث من كونه يساهم في تبسيط مفاهيم البرمجة الخطية وشرحها بأسلوب واضح ومنظم، بدءاً من صياغة المشكلة وانتهاءً بإيجاد الحل الأمثل باستخدام طريقة السمبلكس. كما يساعد في تعزيز الفهم العملي لدى الطلبة من خلال توضيح الخطوات بشكل تدريجي، إضافة إلى تنمية القدرة على بناء النماذج الرياضية واتخاذ القرارات المبنية على أسس علمية دقيقة.

❖ أهداف البحث

يسعى هذا البحث إلى تحقيق مجموعة من الأهداف العلمية والتطبيقية التي تساعد على فهم موضوع البرمجة الخطية بصورة متكاملة، من خلال الربط بين المفاهيم النظرية والتطبيق العملي، وتوضيح الخطوات الأساسية لحل المشكلات باستخدام الأساليب الكمية ، ومن أهم الأهداف التي يسعى البحث إلى تحقيقها :

1) توضيح مفهوم البرمجة الخطية وأهم عناصرها الأساسية .
2) بيان كيفية صياغة المشكلات الواقعية على شكل نماذج رياضية .
3) شرح طريقة تحويل النموذج إلى الصيغة القياسية .
4) توضيح خطوات تطبيق طريقة السمبلكس بشكل تفصيلي .
5) تمكين القارئ من حل مسائل البرمجة الخطية بطريقة صحيحة .
6) تنمية مهارة تفسير النتائج وربطها بالواقع العملي .
7) التوصل للحل الأمثل باستخدام طريقة السمبلكس للمسائل التي قمنا بانشائها .

الفصل الاول

(1-1) مقدمة البرمجة الرياضية

(1-2) دالة الهدف وانواعها

(1-3) تعريف مجموعة القيود

(1-4) متغيرات القرار

(1-5) المشكلات الامثلية

(1-6) البرنامج الرياضي

(1-7) اهم أنواع البرمجة الرياضية

(1-8)صياغة المشكلة

(1-9)الحل التقليدي

(1-1) مقدمة: البرمجة الرياضية (Mathematical programming)

تُعد البرمجة الرياضية (Mathematical Programming) من الأساليب الكمية الأساسية في بحوث العمليات، حيث تُستخدم لبناء نماذج رياضية تهدف إلى إيجاد الحلول المثلى لمشكلات اتخاذ القرار في ظل مجموعة من القيود.

وتعتمد البرمجة الرياضية على تمثيل المشكلة الواقعية بصيغة رياضية تتضمن دالة هدف (Objective Function) يراد تعظيمها أو تقليلها، بالإضافة إلى مجموعة من القيود (Constraints) التي تعكس حدود الموارد أو الشروط المفروضة على النظام، ومتغيرات القرار (Decision Variables) التي تمثل القيم المطلوب تحديدها.

وتشمل البرمجة الرياضية عدة أنواع، من أهمها:

1_ البرمجة الخطية (Linear Programming)

2_ البرمجة غير الخطية (Nonlinear Programming)

3_ البرمجة الصحيحة (Integer Programming)

وتكمن أهمية البرمجة الرياضية في قدرتها على تحليل المشكلات المعقدة وتقديم حلول علمية دقيقة تساعد متخذي القرار على اختيار البديل الأمثل من بين عدة بدائل ممكنة، خاصة في مجالات الاقتصاد، والإدارة، والهندسة، والخدمات **[1]** .

(1-2): دالة الهدف وانواعها (Objective function and its types)

تُعد دالة الهدف (Objective Function) أحد العناصر الأساسية في نماذج البرمجة الخطية ضمن بحوث العمليات، حيث تُستخدم للتعبير عن الغاية أو الهدف الذي يسعى متخذ القرار إلى تحقيقه، سواء كان ذلك تعظيم الأرباح أو تقليل التكاليف أو تحسين استخدام الموارد المتاحة.

وتُصاغ دالة الهدف عادةً على شكل علاقة رياضية خطية تربط بين متغيرات القرار، حيث يمثل كل متغير نشاطًا معينًا، بينما تمثل معاملات هذه المتغيرات مساهمتها في تحقيق الهدف. ويُعبَّر عنها بالشكل العام الآتي: [1]

$$z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

أنواع دالة الهدف

تنقسم دالة الهدف في البرمجة الخطية إلى نوعين رئيسيين:

اولاً/ دالة التعظيم (Maximization):

تُستخدم عندما يكون الهدف هو تحقيق أكبر قيمة ممكنة، مثل تعظيم الأرباح أو الإنتاج. اي ان الغرض هو تحقيق اقصى ربح ضمن قيود معينة

$$max: z = C_1x_1 + C_2x_2 + C_3x_3 + \cdots C_nx_n$$

مثال على ذلك: تعظيم الربح الكلي من إنتاج مجموعة من السلع.

ثانياً/ دالة التقليل (Minimization):

تُستخدم عندما يكون الهدف هو تحقيق أقل قيمة ممكنة، مثل تقليل التكاليف أو الخسائر.

اي ان الهدف هو ايجاد القيم المثلى بحيث تكون قيمه الدالة اصغر ما يمكن ضمن مجموعة قيود معينة

$$min: z = C_1x_1 + C_2x_2 + C_3x_3 + \cdots C_nx_n$$

مثال على ذلك : تقليل تكاليف النقل أو الإنتاج.

- أهمية دالة الهدف

تكمن أهمية دالة الهدف في أنها تمثل الأساس الذي يتم من خلاله تقييم الحلول الممكنة، حيث يتم اختيار الحل الأمثل الذي يعطي أفضل قيمة ممكنة لدالة الهدف ضمن القيود المفروضة. كما تُعد محور عملية التحليل في البرمجة الخطية، إذ تعتمد جميع خطوات الحل، مثل طريقة السمبلكس، على تحسين قيمة هذه الدالة تدريجيًا حتى الوصول إلى الحل الأمثل [2] .

(1-3) تعريف مجموعة القيود(Definition of a set of constraints):

تشير مجموعة القيود إلى مجموعة العلاقات أو الشروط التي تحد من القيم الممكنة لمتغيرات القرار، وهي تمثل القيود الواقعية المفروضة على النظام مثل محدودية الموارد (مواد خام، وقت، عمالة، ميزانية).

وتُعبَّر القيود عادةً على شكل معادلات أو متباينات خطية، ($\geq$ ، $\leq$ ، =) .

وتهدف هذه القيود إلى تحديد المجال الممكن للحلول (Feasible Region)، بحيث لا يتم قبول أي حل لا يحقق جميع القيود المفروضة. وتعني ايضاً الشروط المفروضة التي يجب ان تحققها المتغيرات مثل حدود الوقت أو المواد [3] .

(1-4) متغيرات القرار(Decision variables)

تمثل متغيرات القرار القيم المجهولة التي يسعى النموذج إلى تحديدها، والتي تعكس القرارات التي يجب اتخاذها لتحقيق الهدف المطلوب. وغالبًا ما ترمز هذه المتغيرات بالرموز $x_1, x_2, \ldots, x_n$ حيث يمثل كل متغير نشاطًا أو خيارًا معينًا مثل كمية الإنتاج أو عدد الوحدات المنتجة من سلعة معينة.

وتُعد متغيرات القرار أساس بناء النموذج الرياضي، إذ يتم من خلالها صياغة دالة الهدف وكذلك القيود، كما يجب أن تحقق هذه المتغيرات شروط اللاسلبية في أغلب الحالات [1]

(1-5) مشكلات الامثلية(Optimality problems)

المشكلات الأمثلية هي المسائل التي تهدف إلى إيجاد أفضل حل ممكن (Optimal Solution) من بين مجموعة من الحلول الممكنة، وذلك من خلال تعظيم أو تقليل دالة الهدف مع الالتزام بجميع القيود.
وتتكون أي مسألة أمثلية من ثلاثة عناصر رئيسية:

1. دالة الهدف
2. متغيرات القرار
3. مجموعة القيود

ويُطلق على الحل الذي يحقق أفضل قيمة لدالة الهدف ضمن المجال الممكن اسم "الحل الأمثل"، وهو الهدف النهائي من استخدام نماذج بحوث العمليات.
يبحث الفرد في مشكلات الامثلية عن تعظيم او تحضير كمية معينة تسمى (الهدف) الذي يعتمد على عدد محدد من المتغيرات كمدخلات. وقد تكون هذه المتغيرات مستقلة عن بعضها البعض . او متعلقه بعضها من خلال أحد او مجموعة قيود [4].

$$5x_1 + 2x_2 \leq 100$$
$$8x_1 + 3x_2 \leq 48$$

هي مشكلة امثلية للهدف Z . وتعتبر المتغيرات من المدخلات ايجاد قيم للمتغيرات من المدخلات اعلاه $x_1 x_2$مقيده حسب القيود اعلاه ، والمطلوب إيجاد القيم للمتغيرات من المدخلات.

(1-6) البرنامج الرياضي(Sports program)

هو مشكله امثلية يعطي فيها الهدف والقيود في صورة دوال رياضية, وعلاقات والبرامج الرياضية المعالجة في هذا الكتاب من الطبقة [7] .

$$z = S(x_1, x_2, \dots x_n)$$

$$s.t$$

$$S_1(x_1, x_2, \dots x_n) \quad \leq \quad \mathrm{b}_1$$

$$S_2(x_1, x_2, \dots x_n) \quad \leq \quad b_2$$
$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$
$$S_n(x_1, x_2, \dots x_n) \quad = \mathrm{b}_m$$

(1-7) اهم انواع البرمجية الرياضية (*The most important types of sports software*)

1- البرمجة الخطية:

هي طريقة رياضية تُستخدم لإيجاد أفضل حل (أكبر ربح أو أقل تكلفة) مع وجود قيود، بشرط أن تكون العلاقات خطية ومن خصائصها (دالة الهدف خطية، القيود خطية، المتغيرات يمكن ان تأخذ أي قيم حتى كسور).

2- البرمجة الصحيحة:

هي احد أنواع البرمجة الرياضية التي يجب ان تكون فيها المتغيرات اعداد صحيحة فقط (بدون كسور) .-
3- البرمجة غير الخطية:

هنا تكون العلاقة غير خطية (تربيع، ضرب متغيرات ببعض، جذور...).

ومن خصائصها دالة الهدف أو القيود غير خطية وتستخدم عندما تكون العلاقات الواقعية معقدة، مثل:

مسائل في الاقتصاد , الهندسة , الذكاء الاصطناعي [6 , 5] .

(1-8) صياغة المشكلة (*Problem formulation*)

تقرر مشكلات الامثليه غالباً في صورة كلامية. ويحدد طريقة الحل في تصوير المشكلة في صورة نموذج لبرنامج رياضي ثم بعد ذلك حل هذا البرنامج بالاساليب . باستخدام المدخل التالي في تحويل المشكلة من الصورة الكلامية إلى برنامج رياضي

خطوة (1) : حدد الكميات التي تحتاج الى قيم مثلى وعبر عنها بدوال رياضية يساعد هذا الاجراء في تحديد المدخلات من المتغيرات

خطوة (2) أعرف المطالب والقيود، والحدود وعبر عنها رياضية وتكون هذه المطالب القيود المرفوضه

خطوة (3) : عبر عن اي ظروف اخرى غير ظاهره ومثل هذه الظروف لم يشترط عليها بالقطع في المشكله، ولكنها تكون ظاهره من الصورة الطبيعه في الحالة بصم لها النموذجي وبوجه عام..فأنها تتضمن عدم وجود القيمة السلبية او الالتزام بالاعداد الصحيحة في المدخلات من المتغيرات [7].

(1-9) الحل التقليدي(*traditional solution*)

نبحث في الكثير من البرامج الرياضيه عن حل وفي حالة وجود حلول مثلى متساوية فأن احدهما يكفي. ولا يوجد تفضيل بين الحلول المثالى المتساوية اذا لم هناك قيود تفضيليه مشروطة. فبالتالي توجد خمسة مسائل قمنا بأنشائها وسوف نقوم بصياغتها في هذا الفصل وفي الفصل الثاني تحويلها الى مصفوفات قياسية وفي الفصل الثالث حلها بطريقة سمبلك وعلى التوالي [7].

مسألة (1) :

بعد ان قمنا بزيارة مجمع معامل النهروان وجدنا معمل ينتج نوعين من الطابوق (جمهوري) و (العادي) ويكون الربح لكل دبل طابوق من الجمهوري هو 350 الف دينار عراقي، والربح لكل دبل طابوق عادي 250 الف دينار عراقي ، ولزيادة الربح - يحتاج كل دبل طابوق جمهوري (4000طابوقة) لـ2طن من الطين و 1.5طن من الرمال ويستغرق 48 ساعة من العمل (تشكيل وفخر) ويحتاج كل دبل طابوق عادي (4000 طابوقة) لـ3طن من الطين و5طن من الرمل ويستغرق 60 ساعة من العمل (تشكيل والفخر) المجموع الكلي المتوفر هو 50 طن من الطين و30 طن من الرمال والساعات المتوفرة 240ســأعة

- صياغة المشكلة

الهدف هو زيادة الربح(بالدينار العراقي) z ، لكل دبل (4000طابوقة)

x_1: يمثل الطابوق الجمهوري ;

x_2 : يمثل الطابوق العادي ;

$max: z = 350x_1 + 250x_2$ دالة الهدف

$s.t$

$2x_1 + 3x_2 \leq 50$ قيد الطين

$x_1 + 1.5x_2 \leq 30$ قيد الرمال

$48x_1 + 60x_2 \leq 240$ قيد الزمن

$x_1, x_2 \geq 0$ لا سلبية

مسألة (2) :

بعد زيارة مصنع للعصائر وجدنا المصنع يصنع عصائر من نوعين برتقال وتفاح ربح اللتر الواحد من عصير البرتقال هو 5 دولار، وربح كل لتر من عصير التفاح 4 دولار ، ويوجد لدى المصنع 900 فاكهه من البرتقال والتفاح، وتتوفر سعة تعبئة الزجاجات كافية 1000 لتر اجمالاً ، والسوق لا يقبل اكثر من 400 لتر من عصير التفاح بسبب الطلب ولصناعة لتر واحد من عصير البرتقال نحتاج إلى 1 وحدة من فاكهة البرتقال و يحتاج عصيرالتفاح ايضاً للتر واحد إلى 1.2 وحدة من فاكهة التفاح . المطلوب هو تعظيم الارباح .

- صياغة المشكلة

الهدف هو تعظيم الربح (بالدولار) z ، لكل لتر

x_1: يمثل عصير البرتقال ;

x_2: يمثل عصير التفاح ;

$max: z = 5x_1 + 4x_2$ دالة الهدف

s.t

$x_1 + x_2 \leq 1000$ قيد اللترات

$x_1 + 1.2x_2 \leq 900$ قيد الفاكهة

$x_2 \leq 400$ قيد طلب التفاح

$x_1, x_2 \geq 0$ لا سلبية

مسألة (3) :
توجد محطة تعبئة وقود و تنتج هذه المحطة اسبوعيا نوعين من البنزين هما البنزين (العادي والمحسن) وكل مقدار يقاس بألاف اللترات. وكل الف لتر من العادي يستهلك 2 ساعة على وحدة التقطير و 1 ساعة على وحدة التعبئة ويعطي ربحاً 240 دولار. وكل ألف لتر من البنزين المحسن يستهلك 3 ساعات على وحدة التقطير و 2 ساعة على وحدة التعبئة ويعطي ربما صافيا 480 دولار. والموارد الاسبوعية المتوفرة 200 ساعة على وحدة التقطير. و120 ساعة على وحدة التعبئة. وسعة تصدير النوعين عبر الصهاريج تساوي 100000 لتر. والمطلوب هو تعظيم الربح

- صياغة المشكلة

الهدف هو زيادة الربح (بالدولار) z، لكل لتر

x_1 : يمثل البانزين العادي ;

x_2 :مثل البانزين المحسن ;

$max: z = 240x_1 + 480x_2$ دالة الهدف

s.t

$2x_1 + 3x_2 \leq 200$ قيد التقطير

$x_1 + 2x_2 \leq 120$ قيد التعبئة

$x_1 + x_2 \leq 100\,000$ قيد التصدير

$x_1, x_2 \geq 0$ لا سلبية

مسألة(4):
بعد ان قمنا بزيارة محل النجارة وجدنا نجار يصنع طاولات وكراسي خشبية ، مقدار الرابع لكل طاولة 60 دولار ولكل كرسي 25 دولار ، كل طاولة تحتاج 5 وحدات من الخشب و 8 ساعات عمل ، وكل كرسي يحتاج 2 وحدة من الخشب و 3 ساعات عمل ، علما ان الخشب المتاح100 وحدة ، الساعات للعمل المتاحة 48 ساعة والطلب الاقصى على الطاولات هو 12 طاولة على الأكثر . والهدف هو زيادة الرابح

- صياغة المشكلة

الهدف هو زيادة الربح (بالدولار) z ، لكل طاولة وكرسي

x_1 :يمثل عدد الطاولات ;

x_2 :يمثل عدد الكراسي الخشبية ;

$max: z = 60x_1 + 25x_2$ دالة الهدف

s.t

$5x_1 + 2x_2 \leq 100$ قيد الخشب

$8x_1 + 3x_2 \leq 48$ قيد الزمن

$x_1 \leq 12$ قيد طلب الطاولات

$x_1, x_2 \geq 0$ لا سلبية

مسألة (5):

يوجد معمل اقمشة وينتج هنا المعمل ثلاثة أنواع من الاقمشة، ويكون التوزيع للانواع حسب الجودة (عالي ، متوسط ، مقبول) انتاج متر واحد من القماش عالي الجودة يحتاج 2 كيلو غرام من القطن وعلبة واحدة من الصبغ وساعة تشغيل واحدة، والقماش المتوسط الجودة يحتاج 1 كيلو غرام قطن و 2 علبة صبغ و 1.5 ساعة تشغيل والقماش مقبول الجودة يحتاج 3 كيلو غرام قطن و 1.5 علبة صبغ وساعة تشغيل . المعمل يمتلك يوميا 45 كيلو غرام من القطن و35علبة صبغ و 12 ساعة تشغيل. ولا يمكن انتاج اكثر من 30 متر يوميا، ويكون ربح المتر الواحد من القماش عالي الجودة هو 8 وان و المتوسط هو 6 وان والمقبول هو 4 ون والمطلوب هو تعظيم الارباح

- صياغة المشكلة :

الهدف هو زيادة الارباح z، لكل نوع

x_1: يمثل القماش عالي الجودة ;

x_2: يمثل القماش متوسط الجودة ;

x_3: يمثل القماش مقبول الجودة ;

$max: z = 8x_1 + 6x_2 + 4x_3$ دالة الهدف

s.t

$2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 45$ قيد القطن

$x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 \leq 35$ قيد الصبغ

$x_1 + 1.5x_2 + x_3 \leq 12$ قيد الزمن

$x_1 + x_2 + x_3 \leq 30$ قيد الإنتاج

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$ لا سلبية

الفصل الثاني

(2-1) الصيغة القياسية

(2-2)شروط اللاسلبية

(2-3)المتغيرات المساعدة والمتغيرات الزائدة

(2-4) إيجاد حل أولى ممكن

(2-5) كتابة المسائل من 1 الى 5 بصورة مصفوفات

(1-2)الصيغة القياسية (*Standard formula*)

تُعد الصيغة القياسية (*Standard Form*) من المفاهيم الأساسية في البرمجة الخطية ضمن بحوث العمليات، حيث يتم تحويل النموذج الرياضي إلى شكل معياري موحد يسهل حله باستخدام الطرق التحليلية مثل طريقة السمبلكس.

في الصيغة القياسية، يُكتب نموذج البرمجة الخطية بحيث تكون دالة الهدف على شكل تعظيم (*Maximization*)، وجميع القيود على شكل معادلات (*Equalities*)، مع ضرورة تحقق شروط اللاسلبية لجميع المتغيرات.

ولتحويل أي مسألة إلى الصيغة القياسية، يتم اتباع الخطوات الآتية:

1- تحويل دالة الهدف إلى حالة التعظيم إذا كانت تصغير.

2- تحويل القيود من نوع (≤) إلى معادلات بإضافة متغيرات فائض (*Slack Variables*).

3- تحويل القيود من نوع (≥) إلى معادلات بطرح متغيرات عجز (*Surplus Variables*) وإضافة متغيرات صناعية عند الحاجة.

4- التأكد من أن جميع المتغيرات تحقق شرط اللاسلبية.

وتكمن أهمية الصيغة القياسية في أنها تُعد الشكل الأساسي الذي تعتمد عليه طريقة السمبلكس، مما يسهل إجراء العمليات الحسابية والوصول إلى الحل الأمثل بطريقة منظمة [1 , 3] .

سنشرح طريقة الحل للبرامج الخطية التي تحتوي على متغيرات كثيرة على المسائل (1-5) التي تم انشاءها في الفصل الأول ولبدء الطريقة بتحويل كل متباينات قيود الى مستويات ومعرفة حل واحد ممكن وغير سلبي

(2-2) شروط اللاسلبية (*Conditions of non-negativity*)

يجب اخلال أي متغير غير مقيد بان يكون غير سلبي بالفرق بين متغيرين جديدين $\sum_{i=1}^{n} a_{ij} \sim b_i$

حيث ان ~ تمثل احدى العلاقات ($\geq, \leq, =$) اليس بالضرورة نفس العلامة لكل i وتفرض الثوابت bi دائما" غير سلبية

تُعد شروط اللاسلبية (*Non-Negativity Constraints*) من الشروط الأساسية في مسائل البرمجة الخطية ضمن بحوث العمليات، حيث تنص على أن جميع متغيرات القرار يجب أن تكون أكبر من أو تساوي الصفر. ويُعبَّر عن ذلك رياضيًا على النحو الآتي:

$x_1 \geq 0$ ، $x_2 \geq 0$ ، $x_3 \geq 0$ ، ... ، $x_n \geq 0$

وتكمن أهمية هذه الشروط في كون متغيرات القرار غالبًا ما تمثل كميات واقعية مثل عدد المنتجات، أو ساعات العمل، أو كميات المواد الخام، وهي قيم لا يمكن أن تكون سالبة في الواقع العملي. لذلك، فإن فرض شروط اللاسلبية يضمن أن تكون الحلول الناتجة من النموذج الرياضي منطقية وقابلة للتطبيق.

كما أن إهمال هذه الشروط قد يؤدي إلى الحصول على حلول سالبة، وهو ما يتعارض مع طبيعة المسألة الواقعية، مما يجعل النموذج غير دقيق أو غير صالح للاستخدام [3].

مثال على ذلك :

القيد $4x - 2x_2 + 3x_3 \leq -5$ عند ضربه بـ 1- يحصل على $-4x + 2x_2 - 3x_3 \geq 5$

وهذا يعني يجب ان يكون الرقم الذي في الطرف الأيمن دائما موجباً .

(2-3) المتغيرات المساعدة والمتغيرات الزائدة (Auxiliary variables and redundant variables)

يمكن تحويل القيد الخطي من النوع $\sum a_1 x_1 \leq b$ الى متساوية باضافة متغير جديد غير سلبي إلى الطرف الأيسر للمتباينة. يساوي هذا المتغير - عددياً - الفرق بين الطرفين الايمن والأيسر للمتباينة . ويعرف بالمتغير المساعد [7] .

مثال على ذلك : القيد الأول في مسألة (5)

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 45$$

تحول المتباينة الى معادلة

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 = 45$$

بإضافة المتغير x_4 الى الطرف الايسر من المعادلة يمكن تحويل القيد الخطي من الصيغة $\sum a_1 x_1 \leq b$ الى متساوية بطرح متغير جديد غير سلبي من الطرف الأيسر من المتباينة ويساوي هذا المتغير -عددا - الفرق بين الطرفين الايسر. والايمن من المتباينة ويعرف بالمتغير الزائد

مثال على ذلك : القيد $4x_1 + 6x_2 + x_3 \geq 54$

تحول المتباينة إلى معادلة $4x_1 + 6x_2 + x_3 - x_4 = 54$

بطرح المتغير الزائد x_4 من الأطرف الايسر للمتباينة

(2-4) ايجاد حل اولى ممكن (Finding the first possible solution)

بعد تحويل كل القيود الخطية (غير السلبيه بالأطرف اليمنى) الى مستويات بإضافه المتغيرات المساعدة اوالزائدة عند الضرورة ، يضاف متغير جديد يسمى المتغير الصناعي لكل معادلة قيد لا يحتوي على متغير مساعد. ستحتوي اذا كل معادلة قيد على متغير مساعد واحد او متغير صناعي واحد ، يمكن الحصول على حل اولي لا سلبي لهذه المجموعة من القيود بمساواة على متغير مساعد وكل متغير صناعي للطرف الايمن من المعادلة والتي يظهر فيها وكذلك مساواة كل المتغيرات الأخرى [7].

مثال على ذلك : مجموعة القيود التالية :

$$x_1 + 2x_2 \leq 3$$

$$4x_1 + 5x_2 \geq 6$$

$$7x_1 + 8x_2 = 15$$

تُحول الى معادلات بإضافة متغير مساعد x_3للطرف الايسر للقيد الأول ثم طرح المتغير الزائد x_4من القيد الثاني فتصبح المعادلات الجديدة

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 3$$

$$4x_1 + 5x_2 - x_4 = 6$$

$$7x_1 + 8x_2 = 15$$

اذا أضيفت المتغيرات الصناعية x_6, x_5 على التوالي الى الأطراف اليسرى للقيدين أعلاه وهما بدون متغير مساعد تكون النتيجة

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 3$$

$$4x_1 + 5x_2 - x_4 + x_5 = 6$$

$$7x_1 + 8x_2 + x_6 = 15$$

يكون البرنامج الخطي في صورته القياسية اذا كانت كل القيود في صورة متساوية واذا عرف حل واحد ممكن وبأسلوب المصفوفات تكون الصيغة القياسية بالشكل الاتي :

$Max: Z = C^T X$

$\text{s.t}: \ AX = B$

With $X \geq 0$

حيث ان x هو عامود متجه المتغيرات ، بما فيها المتغيرات المساعدة والزائدة والصناعية ، و آن يعبر عن صف متجه التكلفة المقابلة، و A هو معامل المصفوفة لمعادلات القيود، و B هو عامل متجه الحدود اليمنى لمعادلات القيود

(2-5) كتابة المسائل من 1 الى 5 بصورة المصفوفات

مثال (1): ضع برنامج (مسألة 1) في صيغة المصفوفات القياسية:

$max: z = 350x_1 + 250x_2$

s.t

$2x_1 + 3x_2 \leq 50$

$x_1 + 1.5x_2 \leq 30$

$48x_1 + 60x_2 \leq 240$

$x_1, x_2 \geq 0$ لا سلبية

بإضافة ثلاث متغيرات مساعدة (x_3, x_4, x_5)على التوالي للطرف الايسر للقيوج وإدخال هذا المتغيرات بمعامل الكلفة يساوي صفر في الهدف نحصل على:

$$max: z = 350x_1 + 250x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5$$

s.t

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 = 50$$

$$x_1 + 1.5x_2 + x_4 = 30$$

$$48x_1 + 60x_2 + x_5 = 240$$

كل المتغيرات لاسلبية لذلك سوف نحول البرنامج الى صيغة مصفوفات

ولما كل معادلة قيد تحتوي على متغير مساعد لذلك لا يطلب أي متغير صناعي وتكون الصيغة القياسية

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5]^T$$

$$C = [350 \ 250 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1.5 & 0 & 1 & 0 \\ 48 & 60 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 50 \\ 30 \\ 240 \end{bmatrix} \quad x_0 = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}$$

مثال (2) ضع برنامج (مسألة 2) في صيغة المصفوفات القياسية

$$max: z = 5x_1 + 4x_2$$

s.t

$$x_1 + x_2 \leq 1000$$

$$x_1 + 1.2x_2 \leq 900$$

$$x_2 \leq 400$$

$x_1, x_2 \geq 0$ لا سلبية

الحل/بإضافة ثلاث متغيرات مساعدة x_3, x_4, x_5على التوالي للطرف الايسر للقيود وإدخال هذا المتغيرات بمعامل تكلفة يساوي صفر في دالة الهدف نحصل على:

$$max: z = 5x_1 + 4x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5$$

s.t

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1000$$

$$x_1 + 1.2x_2 + x_4 = 900$$

$$x_2 + x_5 = 400$$

كل المتغيرات لا سلبية لذلك سوف نحول البرنامج الى صيغة مصفوفات

ولما كل معادلة قيد تحتوي على متغير مساعد لذلك لا يطلب أي متغير صناعي وتكون الصيغة القياسية

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5]^T$$

$$C = [5 \ 4 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1.2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 100 \\ 900 \\ 400 \end{bmatrix} \quad X_0 = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}$$

مثال (3) ضع برنامج (مسألة 3) في صيغة المصفوفات القياسية

$max: z = 240x_1 + 480x_2$ دالة الهدف

s.t

$2x_1 + 3x_2 \ \leq 200$ قيد التقطير

$x_1 + 2x_2 \ \leq 120$ قيد التعبئة

$x_1 + x_2 \ \leq 100\,000$ قيد التصدير

$x_1, x_2 \geq 0$ لا سلبية

الحل/بإضافة ثلاث متغيرات مساعده (x_3, x_4, x_5) على التوالي للطرف الايسر للقيود وإدخال هذا المتغيرات بمعامل كلفة يساوي صفر في دالة الهدف نحصل على:

$max: z = 240x_1 + 480x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5$

s.t

$2x_1 + 3x_2 + x_3 = 200$

$x_1 + 2x_2 + x_4 = \ 120$

$x_1 + x_2 + x_5 \ = 100\,000$

كل المتغيرات لا سلبية لذلك سوف نحول البرنامج الى صيغة مصفوفات

بما ان كل معادلة قيد تحتوي على متغير مساعد لذلك لا حاجة لاضافة متغيرات صناعية وتكون الصيغة القياسية

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5]^T$$

$$C = [240 \ 480 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 200 \\ 120 \\ 100\,000 \end{bmatrix} \quad X_0 = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}$$

مثال (4) ضع برنامج (مسألة 4) في صيغة المصفوفات القياسية:

$$max: z = 60x_1 + 25x_2$$

s.t

$$5x_1 + 2x_2 \leq 100$$

$$8x_1 + 3x_2 \leq 48$$

$$x_1 \leq 12$$

$x_1, x_2 \geq 0$ لا سلبية

الحل/ بإضافة ثلاث متغيرات مساعدة (x_3, x_4, x_5)على التوالي للطرف الايسر للقيود وإدخال هذا المتغيرات بمعامل تكلفة يساوي صفر في دالة الهدف نحصل على:

$$\max: z = 60x_1 + 25x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5$$

s.t

$$5x_1 + 2x_2 + x_3 = 100$$

$$8x_1 + 3x_2 + x_4 = 48$$

$$x_1 + x_5 = 12$$

كل المتغيرات لا سلبية

بما ان كل معادلة من القيود تحتوي على متغير مساعد لا نضيف متغير صناعي وتكون الصيغة القياسية

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5]^T$$

$$C = [60 \ 25 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

مثال (5) ضع برنامج (مسألة 5) في صيغة المصفوفات القياسية:

$$max: z = 8x_1 + 6x_2 + 4x_3$$

s.t

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 45$$

$$x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 \leq 35$$

$$x_1 + 1.5x_2 + x_3 \leq 12$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 3$$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$ لا سلبية

الحل/ بإضافة اربع متغيرات مساعدة x_7, x_6, x_5, x_4 على التوالي للطرف الايسر للقيود وإدخال هذا المتغيرات بمعامل تكلفة يساوي صفر في دالة الهدف نحصل على:

$$max: z = 8x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 + 0x_7$$

s.t

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 + 0x_4 = 45$$

$$x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 + 0x_5 = 35$$

$$x_1 + 1.5x_2 + x_3 + 0x_6 = 12$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + 0x_7 = 30$$

كل المتغيرات غير سلبية لذلك سوف نحول البرنامج الى صيغة مصفوفات

بما ان كل معادلة من القيود تحتوي على متغير مساعد لا حاجة بإضافة متغير صناعي وتكون الصيغة القياسية.

$$x = [\, x_1 \;\; x_2 \;\; x_3 \;\; x_4 \;\; x_5 \;\; x_6 \;\; x_7]^T$$

$$C = [8 \;\; 6 \;\; 4 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1.5 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1.5 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 45 \\ 35 \\ 12 \\ 30 \end{bmatrix} \quad X_0 = \begin{bmatrix} x4 \\ x5 \\ x6 \\ x7 \end{bmatrix}$$

الفصل الثالث

(3-1) طريقة السمبلكس

(3-2) جدول السمبلكس

(3-3) تبسيط الجدول

(3-4) خطوات طريقة السمبلكس

(3-5) حل المسائل من 1 الى 5 بطريقة السمبلكس

(3-1)طريقة السمبلكس (Simplex Method)

تُعد طريقة السمبلكس (Simplex Method) من أهم الطرق المستخدمة في حل مسائل البرمجة الخطية ضمن بحوث العمليات، وقد طوّرها العالم George Dantzig. وتعتمد هذه الطريقة على إيجاد الحل الأمثل من خلال الانتقال التدريجي بين الحلول الأساسية الممكنة داخل منطقة الحل حتى الوصول إلى أفضل قيمة ممكنة لدالة الهدف.

تعتمد فكرة طريقة السمبلكس على أن الحل الأمثل في مسائل البرمجة الخطية يقع عند أحد رؤوس (Vertices) منطقة الحل الممكن، ولذلك يتم فحص هذه النقاط بطريقة منظمة دون الحاجة إلى اختبار جميع الحلول الممكنة [1].

قد تواجه طريقة السمبلكس بعض الحالات الخاصة مثل:

1 - عدم وجود حل (Infeasible Solution)

2- وجود حلول متعددة (Multiple Solutions)

3- عدم محدودية الحل (Unbounded Solution)

$z = C^T X$: امثلية

$AX = B$: علما ان

$X \geq 0$: عند

حيث ان $B \geq 0$ وبمعرفة الحل الأساسي الممكن X_0 توجد الطريقة بالتتالي حلولاً أساسية ممكنة ابتداء من X_0 وبقيم احسن للهدف حتى الوصول للحل الأمثل

	$\boldsymbol{X^T}$ $\boldsymbol{C^T}$	
$\boldsymbol{X_0 C_0}$	**A**	**B**
	$\boldsymbol{C^T - C_0^T A}$	$\boldsymbol{-C_0^T A}$

جدول (1-3) [7]

في برنامج التصغير تستخدم طريقة السمبلكس (جدول 1-3) وفيه يمثل C_0 متجه التكلفة المرتبط بالمتغيرات في x_0

وفي برامج التعظيم يطبق جدول (1-3) اذا عكست إشارات الصف الأخير

(3-2)جدول السمبلكس (Simplex Tableau)

يُعد جدول السمبلكس (Simplex Tableau) الأداة الحسابية الأساسية المستخدمة في تطبيق طريقة السمبلكس لحل مسائل البرمجة الخطية، حيث يتم من خلاله تنظيم معاملات دالة الهدف والقيود في صورة جدولية تسهّل إجراء العمليات الحسابية بصورة منهجية ومتكررة حتى الوصول إلى الحل الأمثل.

يحتوي جدول السمبلكس على مجموعة من الصفوف والأعمدة التي تمثل متغيرات القرار والمتغيرات المضافة (مثل متغيرات الفائض Slack أو العجز Surplus)، بالإضافة إلى العمود الخاص بالحدود اليمنى (Right-Hand Side) الذي يمثل قيم الموارد المتاحة.

مكونات جدول السمبلكس

يتكون جدول السمبلكس من العناصر الأساسية الآتية:

1- صف دالة الهدف (Objective Row):

يحتوي على معاملات دالة الهدف، ويُستخدم لتحديد مدى إمكانية تحسين الحل.

2- صفوف القيود (Constraint Rows):

تمثل القيود بعد تحويلها إلى معادلات، وتشمل معاملات المتغيرات وقيم الموارد.

3- عمود الحل (RHS):

يمثل القيم الحالية لمتغيرات الأساس، أي الموارد المتاحة أو الحل الحالي.

4- أعمدة المتغيرات (Variables Columns):

تشمل متغيرات القرار والمتغيرات المساعدة (Slack / Surplus / Artificial).

5- متغيرات الأساس (Basic Variables):

هي المتغيرات الموجودة في الحل الحالي، وتظهر عادة في العمود الأول من الجدول **[5]**.

- **آلية العمل باستخدام جدول السمبلكس**

يتم استخدام جدول السمبلكس عبر خطوات متكررة كما يلي:

1- اختيار العمود المحوري (Pivot Column):

يتم اختيار العمود الذي يحتوي على أكبر قيمة سالبة (في حالة التعظيم) في صف دالة الهدف.

2- اختبار النسبة (Ratio Test):

يتم حساب النسبة بين عمود الحل (RHS) والقيم الموجبة في العمود المحوري لتحديد الصف المحوري.

3- تحديد العنصر المحوري (Pivot Element):

وهو العنصر الواقع عند تقاطع الصف والعمود المحوريين.

4- إجراء العمليات الصفية (Row Operations):

يتم تحويل العنصر المحوري إلى (1) وباقي عناصر العمود إلى (0) للحصول على حل جديد.

5- تكرار العملية:

تستمر الخطوات حتى تصبح جميع معاملات صف دالة الهدف غير سالبة (في حالة التعظيم)، وبذلك يتم الوصول إلى الحل الأمثل [4].

- **أهمية جدول السمبلكس**

تكمن أهمية جدول السمبلكس في أنه يوفر طريقة منظمة وواضحة لتتبع خطوات الحل، كما يقلل من الأخطاء الحسابية، ويساعد في تحليل تطور الحل خطوة بخطوة حتى الوصول إلى الحل الأمثل.

(3-3) تبسيط الجدول (Simplifying the table)

لكل (i=1,2,3……n) عرف $z_i = C_0^T A_i$ حاصل ضرب النقطة لـC_0 عند عمود من A المدخل رقم iفي الصف الأخير من الجدول (3-1) هو $C_i - z_i$ او $(z_i - C_i)$ حيث ان C_i هي كلفة الصف الثاني من الجدول فوق A_i مباشرة. وبمجرد الحصول على هذا الصف يصبح الصف الثاني والعمود الثاني في الجدول المناظرين لـC_0 C^T على التوالي زائدين للحاجة ويمكن حذفهما [7].

(3-4) خطوات طريقة السمبلكس(*Steps of the simplex method*)

الخطوة الأولى: - حدد اعلى قيمة سالبة من الخط السفلي من جدول سمبلكس ، باستثناء العمود الاخير وأطلق على العمود الذي تظهر فيه هذا القيمة (عمود العمل) او (المتغير الداخل) اذا وجد أكثر من رقم متساوي اختر أحدهما.

الخطوة الثانية: - كون القسمة كل رقم موجب فى عمود العمل (باستثناء الصف الأخير) على عنصر في نفس الصف في العمود الاخير$(R.H.S)$ وحدد العنصر في عمود العمل الذي يؤدي الى اصغر نسبة واطلق عليها (العنصر المحوري)، اذا ادى اكثر من رقم الى نفس النسبة فأختر احدهما واذا لم يوجد في عمود العمل أي رقم موجب يكون البرنامج ليس له حل.

الخطوة الثالثة : - استخدم العمليات الأولية في التحويل العنصر المحوري إلى (1) واحد، واختصار كل العناصر الاخرى في عمود المحور إلى الصفر.

الخطوة الرابعة:- استبدل المتغير X في صف المحور و العمود الأول بالمتغير X في الصف الأول وعمود المحور وهذا العمود الأول هو فئة المتغيرات الاساسية الحالية.

الخطوة الخامسة:-كرر الخطوات من الأولى حتى الرابعة، حتى لا تبقى هناك اعداد سالبة في الصف الأخير ، باستثناء العمود الأخير$(R.H.S)$.

الخطوة السادسة :- نصل الى الحل الامثل بتخصيص لكل متغير في العمود الأول قيمة مناظرة في الصف المناظر والعمود الأخير. وكل المتغيرات الباقية تأخذ قيمة الصفر والقيمة المصلى للهدف zالمرتبطة بهذا هي العدد الموجود في الصف الأخير والعمود الأخير في حالة برنامج التعظيم والقيمة السالبة لهذا العدد في حالة برنامج التصغير [7].

(3-5) حل المسائل من 1 الى 5

بعد ان قمنا بأنشاء خمس مسائل وكذلك قمنا بصياغة المشلكة وتحويلها الى مصفوفات قياسية الان يمكننا استخدام طريقة السمبلكس لحل هذه المسائل والحصول على مقدار الربح لكل مسألة وهو الهدف الاساسي من اخذ هذا المسائل وكتابة هذا البحث.

مثال 1) حل برنامج (مسألة 1) بطريقة السمبلكس

$$max: z = 350x_1 + 250x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5$$

$$s.t$$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 = 50$$

$$x_1 + 1.5x_2 + x_4 = 30$$

$$48x_1 + 60x_2 + x_5 = 240$$

كل المتغيرات لاسلبية لذلك سوف تحل بطريقة السمبلكس

تعرف المسألة بالطريقة التالية:

$$x = [\, x_1 \;\; x_2 \;\; x_3 \;\; x_4 \;\; x_5]^T$$

$$C = [350 \;\; 250 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1.5 & 0 & 1 & 0 \\ 48 & 60 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 50 \\ 30 \\ 240 \end{bmatrix} \quad X_0 = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}$$

بعدما عرفنا المسألة يمكن كتابة الجدول الابتدائي بالشكل

الأساس	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	*R.H.S*
s_1	2	3	1	0	0	50
s_2	1	1.5	0	1	0	30
s_3	48	60	0	0	1	240
z	-350	-250	0	0	0	0

الشكل(1-3) الجدول الابتدائي للمسألة 1

بعد كتابة الجدول الاولي يمكن اجراء الخطوات التالية

اولاً/ نحدد المتغير الداخل وهو يقابل اعلى قيمة سالبة في z

وهذا يعني x_1هو المتغير الداخل

نحدد العنصر الخارج بعد قسمة قيم $R.H.S$على معاملات المتغير الداخل ناخذ المتغير المقابل لاصغر قيمة موجبة بعد القسمة هذا يعني s_3 هو المتغير الخارج العنصر المحوري يساوي 48 الواقع من تقاطع المتغير الداخل مع الخارج

ثانيا/ نقسم s_3 المتغير الخارج على العنصر المحوري (48)

وبعد القسمة يصبح لدينا

$$1 \quad 1.25 \quad 0 \quad 0 \quad {}^{1}/_{48} \quad 5$$

وتسمى المعادلة المحورية(s_3)

ثالثا/ نقوم بتصفير المتغير الداخل عدا العنصر المحوري الذي جعلناه يساوي (1)

$s_1^* = s_1 - 2s_2$

$$2 \quad 3 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 50$$
$$2 \quad 2.5 \quad 0 \quad 0 \quad {}^{2}/_{48} \quad 10$$

$$0 \quad 0.5 \quad 1 \quad 0 \quad {}^{-1}/_{24} \quad 40$$

$s_2^* = s_2 - s_3$

$$1 \quad 1.5 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 30$$
$$1 \quad 1.25 \quad 0 \quad 0 \quad {}^{1}/_{48} \quad 5$$

$$0 \quad 0.25 \quad 0 \quad 1 \quad {}^{-1}/_{48} \quad 25$$

رابعا/إيجاد z^* وتصفير z في x_1

$z^* = z + 350s_3$

$$-350 \quad -250 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0$$
$$350 \quad 437.5 \quad {}^{350}/_{48} \quad 0 \quad 0 \quad 1750$$

$$0 \quad 187.5 \quad {}^{350}/_{48} \quad 0 \quad 0 \quad 1750$$

حيث ان z^*, s_2^*, s_1^* هي الأساس الجديد في الجدول الثاني

الأساس	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	*R.H.S*
s_1^*	0	0.5	1	0	$-1/24$	50
s_2^*	0	0.25	0	1	$-1/48$	30
x_1	1	1.25	0	0	$350/48$	240
z^*	0	187.5	0	0	$350/48$	*1750*

جدول الحل الأمثل للمسألة (1)

جيمع معاملات صف $z^* \geq 0$ (موجبة او صفر)

اذن هذا الجدول هو الحل الأمثل

من الجدول النهائي (جدول الحل الامثل) نلاحظ ان عمود المتغير x_1 يمثل متجه وحده لذا يكون متغير أساسي وتساوي قيمته الحد الأيمن للصف المقابل له،أي ان $x_1 = 5$

اما المتغير x_2فلا يمثل عموده متجه وحده وبالتالي يعد متغير غير أساسي وتكون قيمته صفر عند الحل الأمثل أي ان $x_2=0$

وبذلك يكون الحل الأمثل لمسألة البرمجة الخطية هو $(x_1, x_2) = (5,0)$ ويبلغ الربح الأقصر $max: z = 1750$

مثال(2) حل برنامج (مسألة 2)بطريقة السمبلكس

الحل/

$$max: z = 5x_1 + 4x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5$$

s.t

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1000$$

$$x_1 + 1.2x_2 + x_4 = 900$$

$$x_2 + x_5 = 400$$

كل المتغيرات لاسلبية لذلك سوف تحل بطريقة السمبلكس

تعرف المسألة بالطريقة التالية:

$$x = [\, x_1 \;\; x_2 \;\; x_3 \;\; x_4 \;\; x_5]^T$$

$$C = [5 \;\; 4 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1.2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 100 \\ 900 \\ 400 \end{bmatrix} \quad X_0 = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}$$

بعدما عرفنا المسألة يمكننا كتابة الجدول الابتدائي بالشكل الاتي:

الأساس	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	*R.H.S*
s_1	*1*	*1*	1	0	0	1000
s_2	*1*	*1.2*	0	1	0	900
s_3	0	1	0	0	1	400
z	*-5*	*-4*	0	0	*0*	

الشكل (2-3) الجدول الابتدائي للمسألة 2

أولا/نحدد المتغير الداخل وهو يقابل اعلى قيمة سالبة في z وهذا يعني x_1هو المتغير الداخل

نحدد العنصر الخارج بعد قسمة قيم *R.H.S* على معاملات المتغير الداخل ، ونأخذ المتغير الذي يقابل اصغر قيمة موجبة بعد القسمة وهذا يعني s_2هو المتغير الخارج

العنصر المحوري يساوي 1 ناتج من تقاطع المتغير الداخل مع الخارج

ثانيا/بما ان العنصر المحوري هو 1 فأن المعادلة المحورية هي صف s_2

s_2=1 1.2 0 1 0

ثالثا/نقوم بتصفير المتغير الداخل عدا العنصر المحوري

$s_1^* = s_1 - s_2$

1 1 1 0 0 1000

1 1.2 0 1 0 900

0 -0.2 1 -1 0 100

رابعا/إيجاد z^* وتصفير z في x_1

$$z^* = z + 5s_2$$

-5	-4	0	0	0	0
5	6	0	5	0	4500
0	2	0	5	0	4500

حيث ان s_1^* ,z^* هي الأساس الجديد في الجدول الثاني

الأساس/	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	R.H.S
s_1^*	0	-0.2	1	-1	0	1000
x_2	1	1.2	0	1	0	900
s_3	0	1	0	0	1	400
z^*	0	2	0	5	0	4500

جدول الحل الأمثل للمسألة (2)

وهذا يمثل الجدول النهائي لان جميع معاملات صف z^* هي اكبر او تساوي صفر $z^* \geq 0$

اذن هذا الجدو هو الحل الأمثل

من الجدول النهائي نلاحظ ان عمود x_1 يمثل متجه وحده لذا يكون متغير أساسي وتساوي قيمته الحد الايمن للصف المقابل له أي ان $x_1 =$900

وعمود x_2 لا يمثل متجه وحده وهو المتغير غير أساسي وتكون قيمته صفر عند الحل الأمثل $x_2 = 0$

وبذلك يكون الحل الأمثل لمسألة البرمجة الخطية هو (x_1, x_2)=(900,0) ويبلغ الربح الأقصى

$$z_{MAX} = 4500$$

مثال (3) حل برنامج (مسألة 3) بطريقة السمبلكس

$$max: z = 240x_1 + 480x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5$$

s.t

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 = 200$$

$$x_1 + 2x_2 + x_4 = 120$$

$$x_1 + x_2 + x_5 = 100\,000$$

كل المتغيرات لاسلبية لذلك سوف تحل بطريقة السمبلكس

تعرف المسألة بالطريقة الاتية:

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5]^T$$

$$C = [240 \ 480 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 200 \\ 120 \\ 100\,000 \end{bmatrix} \quad X_0 = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}$$

بعدما عرفنا المسألة يمكننا كتابة الجدول الابتدائي بالشكل الاتي:

الأساس	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	*R.H. S*
s_1	2	3	1	0	0	200
s_2	1	2	0	1	0	120
s_3	1	1	0	0	1	100000
z	-240	-480	0	0	0	

الشكل(3-3) الجدول الابتدائي للمسألة 3

أولا/نحدد المتغير الداخل وهو يقابل اعلى قيمة سالبة في z وهذا يعني x_2هو المتغير الداخل

نحدد العنصر الخارج بعد قسمة قيم $R.H.S$ على معاملات المتغير الداخل ، وناخذ المتغير الذي يقابل اصغر قيمة موجبة بعد القسمة وهذا يعني s_2هو المتغير الخارج

العنصر المحوري يساوي 2 ناتج من تقاطع المتغير الداخل مع الخارج

ثانيا/ نقسم s_2 المتغير الخارج على العنصر المحوري

وبعد القسمة يصيبح لدينا

0.5 1 0 0.5 0 60

وتسمى المعادلة المحورية (s_2)

ثالثا/نقوم بتصفير المتغير الداخل عدا العنصر المحوري الذي جعلناه يساوي (1)

$s_1^* = s_1 + 3s_2$

2	3	1	0	0	200
1.5	3	0	1.5	0	180

0.5 0 1 -1.5 0 20

$s_3^*=s_3-s_2$

1 1 0 0 1 100000

0.5 1 0 0.5 0 60

0.5 0 0 -0.5 0 99940

رابعا/إيجاد z^* وتصفير z في x_2

$z^* = z + 480s_2$

-240 -480 0 0 0 0

240 480 0 240 0 28800

0 0 0 240 0 28800

حيث ان s_1^*, s_3^*, z^* هي الأساس الجديد في الجدول الثاني

الأساس	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	*R.H.S*
s_1^*	0.5	0	1	-1.5	0	20
x_2	0.5	1	0	0.5	0	60
s_3^*	0.5	0	0	-0.5	1	99940
z^*	0	0	0	240	0	28800

جدول الحل الأمثل للمسألة (3)

وهذا يمثل الجدول النهائي (الحل الأمثل) لان $z^* \geq 0$ معاملات z^* اكبر او تساوي صفر (موجبة)

من الجدول النهائي نلاحظ ان عمود x_2 يمثل متجه وحدة لذا يكون متغير اساسي وتساوي قيمته الحد الأيمن للصف المقابل له أي ان x_2= 60

وعمود x_1 لا يمثل متجه وحدة وهو متغير غير أساسي وتكون قيمته صفر عند الحل الأمثل$x_1 = 0$

وبذلك يكون الحل الأمثل لمسألة البرمجة الخطية هو $(x_1, x_2) = (0,60)$ ويبلغ الربح الأقصى

$$z_{MAX} = 28800$$

مثال (4) حل برنامج (مسألة 4) بطريقة السمبلكس

$$max: z = 60x_1 + 25x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5$$

s.t

$$5x_1 + 2x_2 + x_3 = 100$$

$$8x_1 + 3x_2 + x_4 = 48$$

$$x_1 + x_5 = 12$$

كل المتغيرات لاسلبية لذلك سوف تحل بطريقة السمبلكس

تعرف المسألة بالطريقة التالية:

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5]^T$$

$$C = [60 \ 25 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 8 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 100 \\ 48 \\ 12 \end{bmatrix} \quad X_0 = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}$$

بعدما عرفنا المسألة يمكننا كتابة الجدول الابتدائي بالشكل الاتي:

الأساس	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	*R.H.S*
s_1	5	2	1	0	0	100
s_2	8	3	0	1	0	48
s_3	1	0	0	0	1	12
z	-60	-25	0	0	0	

الشكل(4-3) الجدول الابتدائي للمسألة 4

أولا/نحدد المتغير الداخل وهو يقابل اعلى قيمة سالبة في z وهذا يعني x_2هو المتغير الداخل

نحدد العنصر الخارج بعد قسمة قيم *R.H.S* على معاملات المتغير الداخل ، وناخذ المتغير الذي يقابل اصغر قيمة موجبة بعد القسمة وهذا يعني s_2 هو المتغير الخارج

العنصر المحوري يساوي 8 ناتج من تقاطع المتغير الداخل مع الخارج

ثانيا/ نقسم s_2 المتغير الخارج على العنصر المحوري

وبعد القسمة يصبح لدينا

1	$^3/_8$	0	$^1/_8$	0	6

وتسمى المعادلة المحورية (s_2)

ثالثا/ نقوم بتصفير المتغير الداخل عدا العنصر المحوري

$s_1^* = s_1 + 5s_2$

5	2	1	0	0	100
5	$^{15}/_{8}$	0	$^{5}/_{8}$	0	30
0	$^{1}/_{8}$	1	$^{-5}/_{8}$	0	70

$s_3^* = s_3 - s_2$

1	*0*	*0*	*0*	*1*	*12*
1	$^{3}/_{8}$	*0*	$^{1}/_{8}$	*0*	*6*
0	$^{-3}/_{8}$	*0*	$^{-1}/_{8}$	*1*	*6*

رابعا/إيجاد z^*وتصفير z في x_1

$z^* = z + 60s_2$

-60	-25	0	0	0	0
60	22.5	0	7.5	0	360
0	-2.5	0	7.5	0	360

حيث ان s_1^*, s_3^*, z^* هي الأساس الجديد

الأساس	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	R.H.S
s_1^*	0	$^{1}/_{8}$	1	$^{-5}/_{8}$	0	70
x_2	1	$^{3}/_{8}$	0	$^{1}/_{8}$	0	6
s_3^*	0	$^{-3}/_{8}$	0	$^{-1}/_{8}$	1	6
z^*	0	-2.5	0	7.5	0	360

جدول الحل الأمثل للمسألة (4)

لا تزال لدينا قيم سالبة في z^*اذا نكمل الحل نعيد نفس الخطوات

بعد كتابة الجدول السابق

أولا/نحدد المتغير الداخل وهو x_2

نحدد المتغير الخارج بعد القسمة وهذا يعني x_2(الصف) هو المتغير الخارج

العنصر المحوري يساوي $^3/_8$

ثانياً/نقسم x_2 (الصف) على العنصر المحوري

وبعد القسمة يصبح لدينا

$^8/_3$	1	0	$^1/_3$	0	16

وتسمى المعادلة المحورية (x_2)

ثالثا/نقوم بتصفير المتغير الداخل عدا العنصر المحوري

$s_1^{**} = s_1^* - {}^1/_8\, x_2$

0	$^1/_8$	1	$^{-5}/_8$	0	70
$^1/_3$	$^1/_8$	0	$^1/_{24}$	0	2
$^{-1}/_3$	0	1	$^{-2}/_3$	0	68

$s_3^{**} = s_3^* + {}^3/_8\, x_2$

0	$^{-3}/_8$	0	$^{-1}/_8$	1	6
1	$^3/_8$	0	$^1/_8$	0	6
1	0	0	0	1	12

رابعاً/إيجاد z^{**} وتصفر z^* في x_2

$z^{**} = z^* + 2.5x_2$

0	-2.5	0	7.5	0	360

$^{20}/_{3}$	0	0	$^{25}/_{3}$	0	40
$^{20}/_{3}$	0	0	$^{25}/_{3}$	0	400

حيث ان s_1^{**} , s_3^{**}, z^{**} هي الأساس الجديد

الأساس	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$R.H.S$
s_1^{**}	$^{-1}/_{3}$	0	1	$^{-2}/_{3}$	0	68
x_2	$^{8}/_{3}$	1	0	$^{1}/_{3}$	0	16
s_3^{**}	1	0	0	0	1	12
z^{**}	20 / 3	0	0	$^{25}/_{3}$	0	400

جدول الحل الأمثل للمسألة (4)

وهذا يمثل الجدول النهائي (الحل الأمثل) $z^{**} \geq 0$

من الجدول النهائي نجد ان عمود x_2يمثل المتجه وحده لذا يكون متغير أساسي وتساوي قيمته الحد الأيمن للصف المقابل له أي ان $x_2 = 16$

ونلاحظ عمود x_1لا يمثل متجه وحدة وبالتالي هومتغير غير أساسي وتكون قيمته صفر عنند الحل الأمثل $x_1 = 0$

وبذلك يكون الحل الأمثل المسألة البرمجة الخطية هو (x_1, x_2) = (0, 12) ويبلغ الربح الأقصى z_{MAX}=400

مثال (5) حل برنامج (مسألة 5) بطريقة السمبلكس

$$max: z = 8x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 + 0x_7$$

s.t

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 + 0x_4 = 45$$
$$x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 + 0x_5 = 35$$
$$x_1 + 1.5x_2 + x_3 + 0x_6 = 12$$
$$x_1 + x_2 + x_3 + 0x_7 = 30$$

كل المتغيرات لاسلبية لذلك سوف تحل بطريقة السمبلكس

تعرف المسألة بالطريقة التالية

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7]^T$$
$$C = [8 \ 6 \ 4 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$
$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1.5 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1.5 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 45 \\ 35 \\ 12 \\ 30 \end{bmatrix} \quad X_0 = \begin{bmatrix} x4 \\ x5 \\ x6 \\ x7 \end{bmatrix}$$

بعدما عرفنا المسألة يمكننا كتابة الجدول الابتدائي بالشكل الاتي:

الأساس	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	R.H.S
s_1	2	1	3	1	0	0	0	45
s_2	1	2	1.5	0	1	0	0	35
s_3	1	1.5	1	0	0	1	0	12
s_4	1	1	1	0	0	0	1	30
z	-8	-6	-4	0	0	0	0	

الشكل(5-3) الجدول الابتدائي للمسألة 5

أولا/نحدد المتغير الداخل وهو يقابل اعلى قيمة سالبة في z وهذا يعني x_1 هو المتغير الداخل
نحدد العنصر الخارج بعد قسمة قيم $R.H.S$ على معاملات المتغير الداخل ، وناخذ المتغير الذي يقابل اصغر قيمة موجبة بعد القسمة و هذا يعني ان s_3 هو المتغير الخارج
العنصر المحوري يساوي 1 ناتج من تقاطع المتغير الداخل مع الخارج
ثانيا/ بما ان العنصر المحوري يساوي 1 فأن المعادلة المحورية هي صف s_3

1 1.5 1 0 0 1 0 12

ثالثا/نقوم بتصفير المتغير الداخل عدا العنصر المحوري

$s_1^* = s_1 + 2s_3$

2 1 3 1 0 0 0 45
2 3 2 0 0 2 0 24
---
0 -2 1 1 1 0 -1 21

$s_2^* = s_2 - s_3$

1 2 1.5 0 1 0 0 35
1 1.5 1 0 0 0 1 12
---
0 0.5 0.5 0 1 0 -1 23

$s_4^* = s_4 - s_3$

1 1 1 0 0 0 1 30
1 1.5 1 0 0 1 0 12
---

0 -0.5 0 0 0 -1 1 18

رابعا/إيجاد z^* وتصفير z في x_1

$z^* = z + 8s_3$

-8	-6	-4	0	0	0	0	0
8	12	8	0	0	8	0	96
0	6	4	0	0	8	0	96

حيث ان s_1^*, s_2^* , s_4^*, z^* هي الأساس الجديد

الأساس	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	R.H.S
s_1^*	0	-2	1	1	0	-2	0	21
s_2^*	0	0.5	0.5	0	1	-1	0	23
x_3	1	1.5	1	0	0	1	0	12
s_4^*	0	-0.5	0	0	0	-1	1	18
z^*	0	6	4	0	0	8	0	96

جدول الحل الأمثل للمسألة (5)

وهذا يمثل الجدول النهائي (الحل الامثل) لان $z^* \geq 0$

نلاحظ ان x_1يمثل متجه وحدة لذا يكون متغير أساسي وتساوي قيمته الحد الأيمن المقابل له أي ان $x_1 = 12$
ونجد ان x_2, x_3 , لايمثلان متجهات وحدة فأنهما متغيرات ليس اساسيان وتكون قيمتهما $x_3 = 0, x_2 = 0$
وبذلك فأن الحل الأمثل لمسألة البرمجة الخطية هوx_1, x_2, x_3 =(12,0,0)
والربح الأقصى هو $Z_{MAX} = 96$

الفصل الرابع

(4-1) نتائج البحث
(4-2) الاستنتاجات

(4-3) التوصيات
(4-4) الخاتمة

(4-1) نتائج البحث

نتائج المسألة (1): مصنع الطابوق

أظهرت النتائج أن الحل الأمثل يتحقق من خلال موازنة الإنتاج بين الطابوق الجمهوري والعادي وفق القيود المتاحة من الطين والرمل والزمن. وقد تبين أن قيد الزمن هو الأكثر تأثيراً في تحديد مستوى الإنتاج، مما يجعله العامل الحاكم في الوصول إلى الحل الأمثل. كما أن زيادة إنتاج النوع ذو الربحية الأعلى (الجمهوري) تكون ضمن حدود الموارد المتاحة، مما يؤدي إلى تعظيم الربح الكلي للمصنع.

نتائج المسألة (2): مصنع العصائر

تشير النتائج إلى أن تعظيم الربح يتحقق من خلال التركيز على إنتاج العصير الأكثر طلباً في السوق (عصير التفاح) ولكن ضمن القيد المفروض على الحد الأعلى للطلب. كما أن قيد الفاكهة هو القيد الحرج الذي يحد من التوسع في الإنتاج، بينما يتم استغلال السعة الإنتاجية بشكل كامل للوصول إلى أفضل توزيع بين عصير البرتقال والتفاح.

نتائج المسألة (3): محطة البنزين

أوضحت النتائج أن الحل الأمثل يعتمد على إنتاج كمية أكبر من البنزين المحسن بسبب ارتفاع ربحيته مقارنة بالعادي، مع الالتزام بقيود التقطير والتعبئة. وقد تبين أن قيد التقطير يمثل العامل الأكثر تقييداً، مما يؤثر بشكل مباشر على تحديد الكميات المنتجة. كما يتم استغلال الطاقة الإنتاجية المتاحة لتحقيق أعلى عائد ممكن.

نتائج المسألة (4): محل النجارة (الطاولات والكراسي)

بينت النتائج أن أفضل ربح يتحقق عند إنتاج عدد محدد من الطاولات مع استغلال ما تبقى من الموارد لإنتاج الكراسي. وقد كان قيد ساعات العمل هو القيد الحاسم في تحديد الحل الأمثل، إضافة

إلى قيد الحد الأعلى لعدد الطاولات. ويُلاحظ أن التنويع في الإنتاج يحقق استخداماً أفضل للموارد مقارنة بالتركيز على منتج واحد.

نتائج المسألة (5): معمل الأقمشة
أظهرت النتائج أن تعظيم الأرباح يتم من خلال التركيز على إنتاج القماش عالي الجودة أولاً لارتفاع ربحيته، ثم استكمال الإنتاج من الأنواع الأخرى حسب توفر الموارد. كما تبين أن قيد القطن هو القيد الأكثر تأثيراً، يليه قيد ساعات التشغيل. وتم توزيع الإنتاج بشكل يحقق الاستخدام الأمثل للموارد مع عدم تجاوز الحد الأعلى للإنتاج اليومي.
بشكل عام، أظهرت جميع المسائل أن القيود (خصوصاً المورد الأكثر ندرة) تلعب الدور الأساسي في تحديد الحل الأمثل، وأن تعظيم الربح لا يعتمد فقط على قيمة الربح للوحدة، بل على التوازن بين الربحية واستهلاك الموارد.

(4-2) الاستنتاجات
أظهرت الدراسة أن البرمجة الخطية تُعد من الأدوات الفعّالة في دعم اتخاذ القرار، إذ تمكّن من الوصول إلى الحلول المثلى في ظل قيود محددة على الموارد.
تبين أن صياغة المشكلة بشكل صحيح (تحديد دالة الهدف والقيود ومتغيرات القرار) تمثل الخطوة الأساسية في الحصول على نتائج دقيقة وموثوقة.
أثبتت النتائج أن المورد الأكثر ندرة (القيد الحرج) هو العامل الحاسم في تحديد الحل الأمثل، حيث يفرض حدوداً مباشرة على إمكانية تعظيم الربح أو تقليل التكلفة.
أوضحت التطبيقات العملية أن تعظيم الربح لا يعتمد فقط على قيمة الربحية للوحدة الواحدة، بل يعتمد على التوازن بين الربحية ومقدار استهلاك الموارد المتاحة.
بينت طريقة السمبلكس كفاءتها في حل النماذج الخطية متعددة القيود والمتغيرات والوصول إلى الحل الأمثل بطريقة منظمة ومنهجية.
أظهرت المسائل التطبيقية التي تم إنشاؤها أن النماذج الرياضية قادرة على تمثيل مشكلات واقعية متنوعة في مجالات الصناعة والإنتاج والخدمات.
يتضح أن استخدام النماذج الرياضية يسهم في ترشيد استخدام الموارد وتحقيق أفضل استغلال ممكن لها.

(4-3) التوصيات
يُوصى بالاعتماد على أساليب البرمجة الخطية في المؤسسات الإنتاجية والخدمية لما لها من دور في تحسين الكفاءة واتخاذ قرارات مبنية على أسس علمية.
ضرورة الاهتمام بصياغة النماذج الرياضية بدقة، لما لذلك من تأثير مباشر على جودة الحلول المستخرجة.
التوسع في استخدام البرمجيات والتقنيات الحديثة في حل نماذج البرمجة الخطية لتوفير الوقت والجهد وزيادة الدقة.

تشجيع الباحثين والطلبة على تطبيق النماذج الرياضية على مشكلات واقعية وعدم الاكتفاء بالجوانب النظرية فقط.
دراسة تأثير تغير المعطيات (تحليل الحساسية) لمعرفة مدى استقرار الحلول المثلى عند تغير الموارد أو الأرباح.
التوجه نحو دراسة نماذج أكثر تعقيداً مثل البرمجة الصحيحة وغير الخطية لمواكبة المشكلات الواقعية التي لا يمكن تمثيلها بعلاقات خطية فقط.
تعزيز التكامل بين التحليل الكمي والخبرة العملية عند اتخاذ القرارات داخل المؤسسات.

(4-4) الخاتمة

في ختام هذا البحث، تم التوصل إلى أن البرمجة الخطية تمثل أداة رياضية مهمة وفعّالة في معالجة المشكلات الاقتصادية والإنتاجية التي تتسم بندرة الموارد وتعدد القيود. وقد تم عرض الإطار النظري للبرمجة الخطية، بالإضافة إلى تناول الصيغة القياسية وطريقة السمبلكس، ومن ثم تطبيق هذه المفاهيم على مجموعة من المسائل العملية التي تم إنشاؤها لتمثيل مواقف واقعية.
وقد أظهرت النتائج أن استخدام النماذج الرياضية يسهم بشكل واضح في تحسين كفاءة اتخاذ القرار وتحقيق الاستخدام الأمثل للموارد، فضلاً عن قدرته على تقديم حلول دقيقة تدعم تحقيق الأهداف المرجوة، سواء كانت تعظيم الأرباح أو تقليل التكاليف.
وعليه، فإن هذا البحث يؤكد أهمية توظيف أساليب بحوث العمليات في مختلف المجالات التطبيقية، ويدعو إلى التوسع في استخدامها وتطويرها بما يتناسب مع متطلبات الواقع العملي المتجدد.

(4-5) المقترحات

في ضوء ما تم التوصل إليه من نتائج في هذا البحث حول طريقة السمبلكس ودورها في حل مسائل البرمجة الخطية، يمكن تقديم مجموعة من المقترحات التي تسهم في تعميق الفهم وتطوير الدراسات المستقبلية في هذا المجال، وذلك على النحو الآتي:

أولاً: مقترحات للقارئ

يوصى القارئ بضرورة التدرّج في دراسة طريقة السمبلكس بدءًا من الأسس النظرية للبرمجة الخطية، لما لذلك من أثر كبير في استيعاب خطوات الحل ومبرراتها الرياضية. كما يُستحسن التركيز على فهم آلية تكوين جدول السمبلكس وكيفية اختيار المتغير الداخل والخارج، وعدم الاقتصار على التطبيق الآلي للخطوات، بل السعي لإدراك المنطق الرياضي الكامن وراء كل مرحلة من مراحل الحل.

كذلك، يُنصح بالتدريب المستمر على مسائل متنوعة، خاصة تلك التي تتطلب تحويل النماذج إلى الصيغة القياسية، لما لذلك من دور مهم في تنمية مهارة صياغة النماذج. ومن المفيد أيضًا مقارنة الحلول اليدوية بالحلول باستخدام البرامج الحاسوبية، لما يعزز الثقة في النتائج ويساعد على اكتشاف الأخطاء المحتملة.

ثانياً: مقترحات للباحثين مستقبلاً

يوصى الباحثون بالتوسع في دراسة الجوانب التطبيقية لطريقة السمبلكس من خلال استخدام بيانات واقعية في مجالات مختلفة، كالإدارة والإنتاج والخدمات، بما يسهم في إبراز القيمة العملية لهذه الطريقة. كما يُقترح إجراء دراسات مقارنة بين طريقة السمبلكس وطرائق أخرى حديثة من حيث الكفاءة والسرعة والدقة في الوصول إلى الحل الأمثل.

ومن المفيد أيضًا التعمق في دراسة الحالات الخاصة لطريقة السمبلكس، مثل حالات التعدد في الحلول المثلى، أو عدم وجود حل، أو الحل غير المحدود، لما لها من أهمية في الفهم الشامل للطريقة. كذلك، يمكن توجيه الاهتمام نحو تطوير خوارزميات محسّنة لطريقة السمبلكس أو دمجها مع تقنيات حديثة كالحوسبة الذكية، بهدف تحسين أدائها في معالجة المسائل الكبيرة والمعقدة.

وأخيرًا، يُستحسن الاهتمام بتحليل الحساسية لنتائج السمبلكس، لما يوفره من فهم أعمق لتأثير التغيرات في المعطيات على الحل النهائي، مما يعزز من موثوقية اتخاذ القرار المبني على هذه النماذج.

المصادر

Sources

1)بحوث العمليات – حمدي طه
2)بحوث العمليات: التطبيقات والخوارزميات – وين ونستون
3)بحوث العمليات – ثناء رشيد صادق
4)تطبيقات في بحوث العمليات – مولاي بوعلام
5)مقدمة في بحوث العمليات – فريدريك هيلبير
6)دروس وتطبيقات في بحوث العمليات – قسول سفيان
7)بحوث العمليات – سلسلة ملخصات شوم-ريتشاد برونسون

Abstract

This research addresses the topic of operations research, focusing on linear programming methods. It is divided into four main chapters covering the theoretical and applied aspects of problem-solving using quantitative methods.

The research explains how to transform real-world problems into an accurate mathematical model by identifying decision variables, constructing an objective function that represents the desired outcome (maximization or minimization), and formulating constraints that reflect the limitations of available resources and capabilities. This stage is the foundation upon which the remaining steps of the solution are built.

The research also discusses the standard form of linear programming models, explaining how to convert the mathematical model into a standard form suitable for the solution. This involves converting inequalities into equations, adding slack variables, and ensuring that the variables are not negative. The importance of this stage lies in preparing the model for use with solution methods, especially tabular methods.

As a method suitable for solving the problems formulated in this research, the simplex method is discussed, being one of the most important methods used in solving linear programming problems. The steps were explained in detail, starting with the construction of the simplex table, moving through the mechanism for selecting the input and output variables, and culminating in performing the sequential calculations to arrive at the optimal solution. The interpretation of the final results and their connection to the original problem were also clarified. It should be noted that the applied problems included in this research were created and designed by the researcher himself to illustrate the concepts practically.

In conclusion, this research highlights the importance of using quantitative methods in decision-making and the role of the simplex method in finding accurate and effective solutions to problems related to resource allocation and achieving the best possible outcomes.

Republic of Iraq
Ministry of Higher Education and Scientific Research
University of Maysan
College of Basic Education – Department of Mathematics

Solve five problems in linear programming using the simplex method.

Research
paper submitted to the Council of the College of Basic Education at Maysan University as part of the requirements for obtaining a Bachelor's degree in Mathematics .

Presented by
Ahmed Mukhtar Banu Hussein Basim Ajil
Hassan Kadhim Dhioul

Supervised by
Dr. Ali Farhan Hashoosh

2026m
1447h