Republic of Iraq
Ministry of Higher Education
and Scientific Research
University of Basrah
College of Education for Pure Sciences
Department of Mathematics

New Analytical Formulas for the Analysis and Simulation of Incompressible Flow Problems

A Thesis

Submitted to the Council of the College of Education for Pure Sciences, University of Basrah

in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Doctor of Philosophy in Mathematics

by

Assma Jassim Harfash

Supervised by

Prof. Dr. Abdul-Sattar Jaber Ali Al-Saif

July 2019

Abstract

In this thesis, we presented new formulas for the analysis and simulation of some incompressible flow problems by using two semi-analytical methods: Reduced differential transform method and perturbation-iteration algorithm, in terms of application and modification of these methods.

To apply these two methods we have relied on the following techniques: The first technique was represented by using the kinetically reduced local Navier-Stokes equations as an alternative formula for simulation two- and three-dimensional unsteady viscous incompressible flow problems at some Reynolds numbers and low Mach numbers. The kinetically reduced local Navier-Stokes equations combine with the reduced differential transform method and to obtain a new approach with it symbolize KRDTM has been utilised on four fluid flow problems which are: Two- and three-dimensional Taylor decaying vortices flow, two-dimensional Kovasznay flow and three-dimensional Beltrami flow. In addition, the lid-driven cavity flow problem has been treated by using this alternative formula the kinetically reduced local Navier-Stokes equations with both the reduced differential transform method and the perturbation-iteration algorithm, which through its application we got another new approach KPIA.

The second technique relied on the use of the similarity transformation to convert the governing partial differential equations of the flow problems into ordinary differential equations, before being solved by using the perturbation-iteration algorithm. This technique is utilised to simulate the heat and mass transfer in the unsteady two-dimensional squeezing flow of an incompressible viscous fluid between the infinite parallel plates, and also for the steady incompressible flow problem of a fourth-grade non-Newtonian fluid between two stationary parallel plates in the presence of a magnetic field.

Approximately, all new analytical formulas of the approximate analytical solutions which are obtained from the application of the above analytical methods have been offered with tested their accuracy and convergence by calculating the norm of errors, and comparing their results with the results of the other methods adopted in the previous studies of these problems. The results showed that these solutions have good accuracy, and the time period which is required for implementation was very short compared with the period in other numerical methods. In addition, the application of these methods to flow problems is easy in terms of implementation.

Theoretically, the convergence of the reduced differential transform method and the perturbation-iteration algorithm with and without the kinetically reduced local Navier-Stokes equations were discussed through some of theorems where condition of convergence were found. All the solutions that have been obtained achieved the condition of convergence for different values of physical parameters, so it can be said that all these solutions were good in terms of accuracy and convergence.

المستخلص

قدمنا في هذه الأطروحة صيغ جديدة لتحليل ومحاكاة مسائل الجريان غير القابل للإنضغاط بالأعتماد على إثنين من الطرائق الشبه تحليلية هما: طريقة التحويل التفاضلي المخفضة وخوارزمية الإضطراب التكرارية ، ضمن مفهوم التطبيق والتطوير لهذه الطرائق.

ولتطبيق هاتين الطريقتين أعتمدنا على التقنيات الاتية:

التقنية الأولى تمثلت باستخدام المعادلات الحركية نافير ستوكس المحلية المخفضة كصيغة بديلة لمحاكاة مسائل الجريان ثنائي وثلاثي البعد غير القابل للإنضغاط واللزج في الحالة الزمنية المتغيرة عند أعداد رينولدز مختلفة وأعداد ماك الصغيرة. تم دمج الصيغ البديلة لمعادلات نافير ستوكس مع طريقة التحويل التفاضلي المخفضة للحصول على أسلوب جديد KRDTM أستخدم لحل أربعة من مسائل الجريان هي: جريان الدوامات المتناقصة ثنائي وثلاثي البعد، وجريان Kovasznay ثنائي البعد، وجريان Beltrami ثلاثي البعد. أما مسألة الجريان ثنائي البعد لمائع داخل تجويف يحركه غطاء تم معالجتها باستخدام المعادلات الحركية نافير ستوكس المحلية المخفضة مع كل من طريقة التحويل التفاضلي المخفضة وخوارزمية الإضطراب التكرارية التي من خلالها حصلنا على أسلوب أخر جديد هو KPIA .

أما التقنية الثانية فاعتمدت على أستخدام تحويلات التشابه لتحويل المعادلات التفاضلية الجزئية التي تمثل مسائل جريان المائع الى معادلات تفاضلية أعتيادية مع تطبيق خوارزمية الإضطراب التكرارية لحل المعادلات الناتجة. طبق هذا الأسلوب على مسألة إنتقال الحرارة والكتلة في الجريان ثنائي البعد في الحالة الزمنية المتغيرة لمائع لزج غير القابل للإنضغاط محصور بين لوحين متوازيين لانهائيين، وكذلك على مسألة الجريان غير القابل للإنضغاط في الحالة الزمنية المستقرة للمائع غير النيوتونية من الدرجة الرابعة بين إثنين من اللوحات المتوازية الثابتة في وجود مجال مغناطيسي.

تقريباً، جميع الصيغ التحليلية الجديدة للحلول التحليلية التقريبية التي تم الحصول عليها من تطبيق الأساليب التحليلية المذكورة أعلاه تم أستعراضها وأختبار دقتها وتقاربها ومقارنة نتائجها مع نتائج الأساليب الأخرى التي أعتمدت في دراسات سابقة لهذه المسائل. وأثبتت النتائج التي حصلنا عليها بأن هذه الحلول كانت ذات دقة جيدة، وأن الفترة الزمنية المطلوبة للتنفيذ كانت قصيرة جداً بالمقارنة مع الفترة التي تستغرقها بعض الطرائق العددية الأخرى. بالإضافة الى ان تطبيق هذه الأساليب على مسائل الجريان يعتبر سهل من حيث التنفيذ.

من الناحية النظرية، تمت مناقشة تقارب طريقة التحويل التفاضلي المخفضة وخوارزمية الاضطراب التكرارية مع المعادلات الحركية نافير ستوكس المحلية المخفضة وبدونها من خلال بعض النظريات التي

تم من خلالها أستنتاج شرط للتقارب. حققت جميع الحلول التي تم الحصول عليها حالة التقارب لقيم مختلفة من المعلمات الفيزيائية، لذلك يمكن القول أن كل هذه الحلول كانت جيدة من حيث الدقة والتقارب.

جمهورية العراق
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة البصرة
كلية التربية للعلوم الصرفة
قسم الرياضيات

صيغ تحليلية جديدة لتحليل ومحاكاة مسائل الجريان غير القابل للإنضغاط

رسالة تقدم بها إلى
مجلس كلية التربية للعلوم الصرفة – جامعة البصرة
وهي جزء من متطلبات نيل درجة دكتوراه
فلسفة في الرياضيات

الطالبة
أسماء جاسم حرفش

بإشراف
أ.د. عبد الستار جابر علي السيف

تموز/٢٠١٩